Übersicht Kapitel 5:

Lernziele Kapitel 5:

Nach der Bearbeitung dieses Kapitels soll der Lernende in der Lage sein,

- ✓ die Idee der modernen Portfoliotheorie zu verstehen,
- ✓ die Bedeutung des Diversifikationseffekts zu verstehen,
- ✓ die Bedeutung der Kapitalmarktlinie zu verstehen,
- ✓ Shortfall-Constrains zu ermitteln,
- ✓ effiziente Portfolios in einem Risiko-Rendite-Diagramm zu bestimmen,
- ✓ optimale Portfolios mithilfe einer Nutzenfunktion zu ermitteln,
- ✓ die Funktionsweise des CPPI zu verstehen.

5.1. Risikokennzahlen und Risikoquantifizierung

Aktien

- Verbriefung einer Beteiligung am Grundkapital einer Gesellschaft
- 50-Mark-Aktie, 5-Mark-Aktie, Nennwertlose-Aktie
- Nennwertlose-Aktie:
  - Unechte nennwertlose Aktien oder Quotenaktien:
    - Angabe eines festen Quotienten (prozentualer Anteil am Grundkapital)
    - Höhe des Grundkapitals festgelegt
    - Anteil ergibt sich aus (Quotient * Grundkapital)
  - Echte nennwertlose Aktien oder Stückaktien
    - Keine Angabe über Anteil
    - Grundkapital variabel und abhängig von Einzahlung der Kapitalgeber
    - Anteil ergibt sich aus (vorhandenes Grundkapital / Anzahl ausgegebener Aktien)
- Mengenregelungen: heute Minitransaktionen möglich
- Akionärsrechte:
  - Recht zur Teilnahme an Hauptversammlung
  - Auskunfts- und Stimmrecht
  - Dividendenrecht
  - Bezugsrecht
  - Recht auf Anteil am Lquiditätserlös
- Vorzugsaktien: kein Stimmrecht, aber höhere Dividende

Risikokennzahlen und Risikoquantifizierung (2)

Beispiel:

Einem Investor stehen 1.000 € zur Verfügung. Die ausgewählte Aktie erwirtschaftet im guten Fall (mit einer Wahrscheinlichkeit von 40%) eine Rendite von 10 %, im schlechten Fall nur 2%. Die Funktion W beschreibe das Endvermögen des Investors mit den beiden Ausprägungen W_{gut} und $W_{schlecht}$.

Es gilt also:

- B = 1.000 €, r_{gut} = 10%, $r_{schlecht}$ = 2% und p = 40%.
- W_{gut} = 1.000 € * (1+10%) = 1.100 € und
- $W_{schlecht}$ = 1.000 € * (1+2%) = 1020 €.

Der Erwartungswert ergibt sich zu:

- E(W) = 40%*1.100 € + 60% * 1020 € = 1.052 €

Risikokennzahlen und Risikoquantifizierung (3)

Man betrachte zusätzlich eine risikolose Anlage F, die sich mit einem festen Zinssatz i verzinst. Der risikolose Zinssatz beträgt 5%.

Der Investor legt nun nur noch einen Anteil x = 80% risikobehaftet an.

- Das **Endvermögen** des Investors realisiert sich demnach zu:
  W_{gut} (80%) = 80% * 1.000 € * (1+10%) + 20% * 1.000 € * (1+5%) = 1.090 €
  $W_{schlecht}$ (80%) = 80% * 1.000 € * (1+2%) + 20% * 1.000 € * (1+5%) = 1.026 €
- Der **Erwartungswert der Anlage** ergibt sich zu :
  E(W(80%)) = 40% * 1090 € + 60% * 1026 € = 1051,6 €.

Die nachfolgende Tabelle zeigt die Werte für unterschiedliche Anteile x:

x	0%	20%	40%	60%	80%	100%
W_{gut} (x)	1050	1060	1070	1080	1090	1100
$W_{schlecht}$ (x)	1050	1044	1038	1032	1026	1020
E(W(x))	1050,0	1050,4	1050,8	1051,2	1051,6	1052,0

5.2. Statistische Grundlagen der Risiko-Rendite-Analyse

Risiko-Rendite-Analyse (zwei risikobehaftete Anlagen):

- Grundlage der Untersuchung bilden im allgemeinen drei Parameter:
  μ_A := Erwartungswert der Rendite einer Anlage A ,
  SD(A) = σ_A:= Standardabweichung der Rendite als Maß für das Risiko einer Anlage A ,
  $\rho_{A,B}$:= Korrelationskoeffizient der Renditen zweier verschiedener Anlagen A und B.

- Betrachtet wird im folgenden ein Portfolio P mit 2 Anlagen A und B und einem jeweiligen Anteil x_A und x_B am Gesamtportfolio, also
  $P = x_A \cdot A + x_B \cdot B \quad , x_A + x_B = 1$.
  Das insgesamt zur Verfügung stehende Kapital wird also auf eins normiert.

- Definitionsgemäß gilt für die Erwartungswerte und Standardabweichungen:
  $E(A) = \mu_A, E(B) = \mu_B$ und $SD(A) = \sigma_A, SD(B) = \sigma_B$,

Statistische Grundlagen der Risiko-Rendite-Analyse (2)

Risiko-Rendite-Analyse (zwei risikobehaftete Anlagen):

Bestimmung der Parameter

- Rendite einer Anlage *i* im Zeitraum *t-1* bis *t*: $R_{i,t} = \frac{W(t) - W(t-1)}{W(t-1)}$
- Empirischer Erwartungswert der Rendite: $E(A_i) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{t=1}^{N} R_{i,t} =: \overline{\mu_i}$
- Empirische Standardabweichung: $\mathrm{SD}(A_i) = \sqrt{Var(A_i)} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{t=1}^{N} \left(R_{i,t} - \overline{\mu_i}\right)^2} =: \overline{\sigma}_i$
- Empirische Kovarianz zweier Renditen: $\mathrm{COV}(A_i, A_j) = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{t=1}^{N} \left(R_{i,t} - \overline{\mu_i}\right) \cdot \left(R_{j,t} - \overline{\mu_j}\right) =: \delta_{i,j}$
- Empirischer Korrelationskoeffizient: $\overline{\rho}_{i,j} = \frac{\delta_{i,j}}{\overline{\sigma}_i \cdot \overline{\sigma}_j}$

5.3. Das Minimum Varianz Portfolio

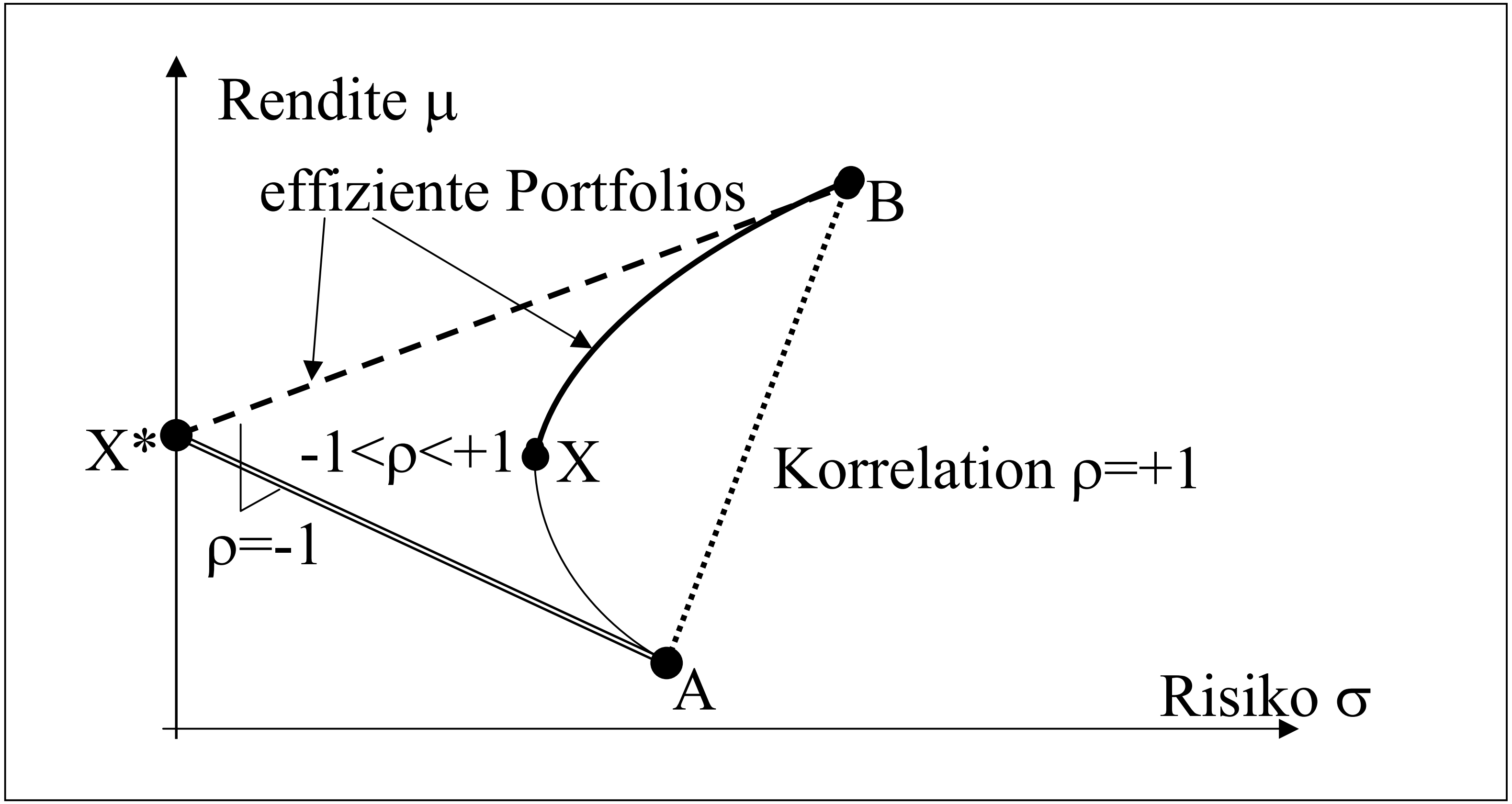
Risiko-Rendite-Analyse (zwei risikobehaftete Anlagen):

- Für das Gesamtportfolio gilt aus wahrscheinlichkeitstheoretischen Gründen:
  $$E(P) = E(x_A \cdot A + x_B \cdot B) = x_A \cdot E(A) + x_B \cdot E(B) = x_A \cdot \mu_A + x_B \cdot \mu_B$$
  und
  $$SD(P) = SD(x_A \cdot A + x_B \cdot B) = \sqrt{x_A^2 \cdot SD(A)^2 + x_B^2 \cdot SD(B)^2 + 2 \cdot x_A \cdot x_B \cdot \operatorname{cov}(A,B)}$$
  $$= \sqrt{x_A^2 \cdot SD(A)^2 + x_B^2 \cdot SD(B)^2 + 2 \cdot x_A \cdot x_B \cdot \rho_{\mathrm{A,B}} \cdot SD(A) \cdot SD(B)}$$

- Es gilt nun:
  $$SD(P) = SD(x_A \cdot A + x_{B.}B) \le x_A \cdot SD(A) + x_{B.}SD(B)$$
  denn
  $$SD(P) = \sqrt{x_A^2 \cdot SD(A)^2 + x_B^2 \cdot SD(B)^2 + 2 \cdot x_A \cdot x_B \cdot \rho_{\mathrm{A,B}} \cdot SD(A) \cdot SD(B)}$$
  und da $\operatorname{cov}(A,B) = \rho_{A,B} \cdot SD(A) \cdot SD(B) \le SD(A) \cdot SD(B)$
  $$\le \sqrt{x_A^2 \cdot SD(A)^2 + x_B^2 \cdot SD(B)^2 + 2 \cdot x_A \cdot x_B \cdot SD(A) \cdot SD(B)} = x_A \cdot SD(A) + x_B \cdot SD(B)$$

Das Minimum Varianz Portfolio (2)

Beispiel: Risiko-Rendite-Analyse (zwei risikobehaftete Anlagen)



Das Minimum Varianz Portfolio (3)

Bemerkungen:

- Anlage B hat eine höhere erwartete Rendite als Anlage A
- Anlage B hat eines höheren Risiko zu tragen.
- Bei vollständig positiver Korrelation ($\rho_{A,B} = +1$) liegen Portfoliomischungen aus den Anlagen A und B auf der punktierten Linie.
  Das Risiko steigt in diesem Sonderfall also proportional an, denn es gilt:
  $SD(x_A \cdot A + x_B \cdot B) = x_A \cdot SD(A) + x_B \cdot SD(B)$
- Bei $-1 \leq \rho_{A,B} < 1$ zeigt sich der Diversifikationseffekt.
- Der Bogen zwischen den Punkten A und B beschreibt alle möglichen Portfoliokombinationen
  ($x_A \geq 0$; $x_B \geq 0$) zwischen den beiden Anlagen.
- Die dick-durchgezogene Linie zwischen den Punkten X und B beschreibt die Menge aller effizienten Portfolios und wird üblicherweise als Efficient Frontier bezeichnet.
- Je nach Risikopräferenz wählt der Anleger eines der effizienten Portfolios aus.
- Sind die Renditen vollständig negativ korreliert ($\rho_{A,B} = -1$), so lässt sich das Portfoliorisiko vollständig vermeiden (die gestrichelte Linie).

Das Minimum Varianz Portfolio (4)

Und unter Verwendung der Gewichtung $x_B = 1 - x_A$ lässt sich die Standardabweichung im Fall zweier Aktien als Funktion einer Variablen x_A wie folgt schreiben:

$$SD(P) = \sqrt{x_A^2 \cdot SD(A)^2 + (1 - x_A)^2 \cdot SD(B)^2 + 2 \cdot x_A \cdot (1 - x_A) \cdot \rho_{A,B} \cdot SD(A) \cdot SD(B)}$$

d.h. die Varianz ist gegeben durch

$$\begin{aligned} Var(P) &= x_A^2 \cdot SD(A)^2 + (1 - x_A)^2 \cdot SD(B)^2 + 2 \cdot x_A \cdot (1 - x_A) \cdot \rho_{A,B} \cdot SD(A) \cdot SD(B) \\ &= x_A^2 \sigma_A^2 + (1 - x_A)^2 \sigma_B^2 + 2 \cdot x_A \cdot (1 - x_A) \cdot \rho_{A,B} \sigma_A \sigma_B \end{aligned}$$

Für diese Funktion lässt sich mit elementaren mathematischen Methoden das Minimum bestimmen:

$$x_A = \sigma_B^2 - \sigma_A \sigma_B \rho_{A,B} \Big/ \sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_A \sigma_B \rho_{A,B} \qquad \textit{und} \qquad x_B = 1 - x_A$$

Das Minimum Varianz Portfolio (5)

Beispiel:

Aktie A mit μ=8% ; σ=12% und Aktie B mit μ=13 % ; σ = 20%.

Fall 1: $\rho_{A,B} = 0{,}3$

$$x_A = \frac{0{,}04 - 0{,}0072}{0{,}0144 + 0{,}04 - 2 \cdot 0{,}0072} = 82\%$$

sowie $x_B = 18$ %

mit E(P) = 0,82 · 8 % + 0,18 · 13 % = 8,9 % und SD(P) = 11,4%.

Fall 2: $\rho_{A,B} = -1$

$x_A = 20/32 = 62{,}5$ % sowie $x_B = 12/32 = 37{,}5$ %

mit E(P) = 0,625 · 8 % + 0,375 · 13 % = 9,875 % und SD(P) = 0.

5.4. Risikolose Anlage und Kapitalmarktlinie

Risiko-Rendite-Analyse (risikobehaftete und risikolose Anlagen):

- Es existiere eine risikolose Anlage F mit risikolosem Zinssatz
  Es gilt formal: Die Rendite μ_F ist fest und für das Risiko (beschrieben durch die Standardabweichung) gilt: $\sigma_F = 0$.

- Für eine beliebige Kombination C eines risikobehafteten Portfolios P mit der risikolosen Anlage F gilt:
  $C = x \cdot P + (1-x) \cdot F$,

- Das Risiko der Kombination C lässt sich demnach beschreiben durch:
  $$\sigma_C = \sqrt{(1-x)^2\sigma_F^2 + x^2\sigma_P^2 + 2x(1-x)\sigma_P\sigma_F\rho_{F,P}}$$
  mit $\sigma_F = 0, \sigma_F^2 = 0$ und $\sigma_C = \sqrt{x^2\sigma_P^2} = x\sigma_P$.
  Löst man nun nach x auf, gilt: $x = \dfrac{\sigma_C}{\sigma_P}$.

Risikolose Anlage und Kapitalmarktlinie (2)

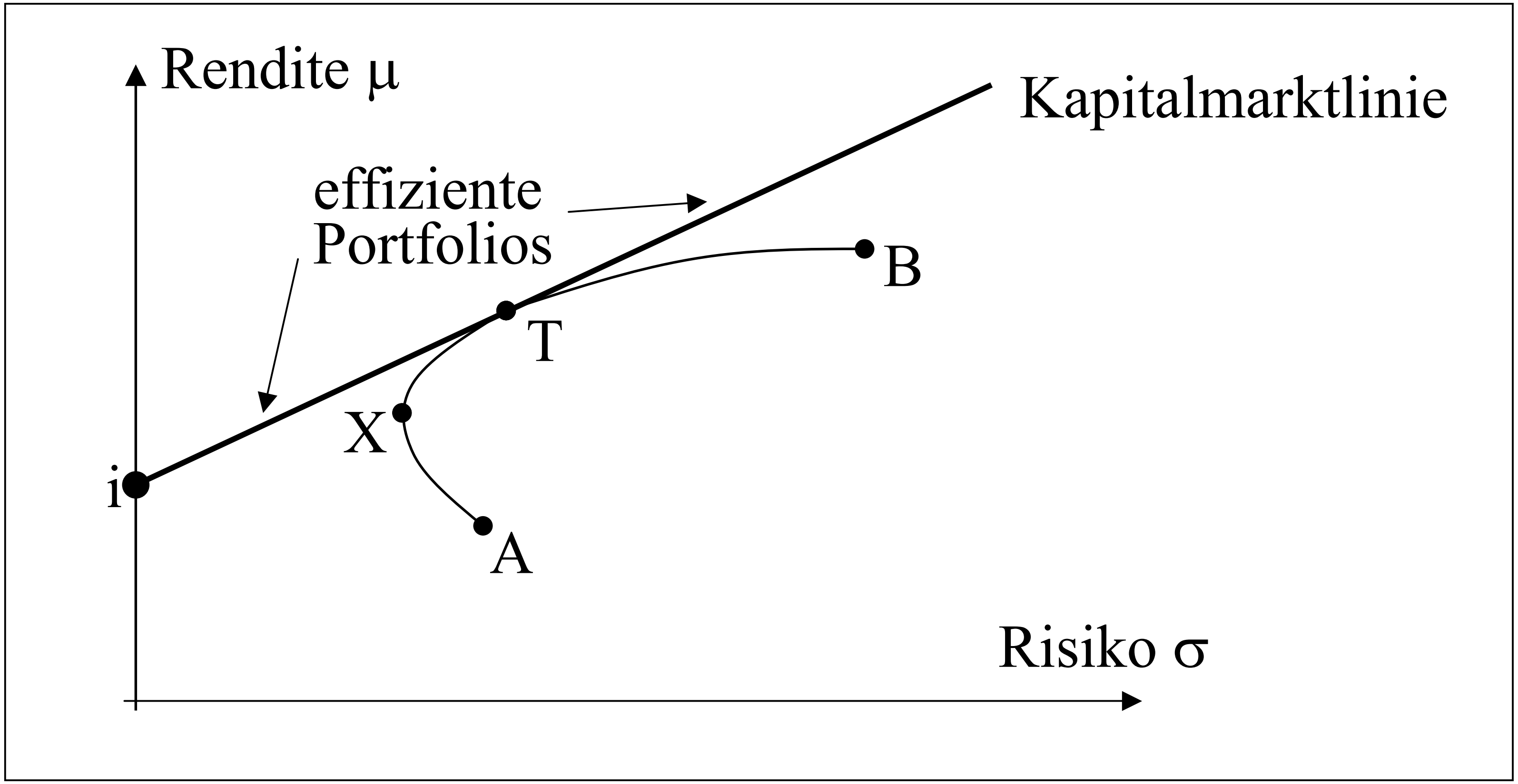
Risiko-Rendite-Analyse (risikobehaftete und risikolose Anlagen):

- Für die Rendite der Kombination *C* ergibt sich damit:
$$\mu_c = \frac{\sigma_C}{\sigma_P}\mu_P + (1 - \frac{\sigma_C}{\sigma_P})\mu_F = \mu_F + (\frac{\mu_P - \mu_F}{\sigma_P})\sigma_C$$

- Es besteht also ein linearer Zusammenhang zwischen Erwartungswert und Standardabweichung dieser Kombinationsanlage. In einem Erwartungswert-Standardabweichung-Diagramm entspricht dies einer Geraden.

Risikolose Anlage und Kapitalmarktlinie (3)

Risiko-Rendite-Analyse (risikobehaftete und risikolose Anlagen):



Risikolose Anlage und Kapitalmarktlinie (4)

Bemerkungen:

- Die Menge aller effizienten Portfolios sind auf einer Geraden, der sogenannten Kapitalmarktlinie (KML).
- Alle Portfolios auf der KML erreichen günstigere Risiko-Rendite-Kombinationen als die Portfoliokombinationen aus den risikobehafteten Anlagen A und B.
- Der Berührungspunkt T stellt ein Portfolio nur aus A und B dar.
- Die Fortsetzung der Kapitalmarktlinie nach dem Berührungspunkt T, stellt den Bereich dar, in dem zum risikolosen Zinssatz Mittel aufgenommen werden.

5.5. Shortfall Constraints

Ziel: Berücksichtigung von Verbindlichkeitsstrukturen

Es gilt:

- eine Erhöhung der erwarteten Rendite auf der Efficient Frontier ist nur durch das Eingehen größerer Risiken möglich
- nur die vollständige Investition in die risikolose Anlage garantiert eine feste Rendite.

Konzept der Shortfall Constraints (Leibowitz und Kogelman):

- Mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit α soll im betrachteten Zeithorizont eine ebenfalls vorgegebene Mindestrendite z nicht unterschritten werden.
- Mathematisch läßt sich diese Nebenbedingung demnach wie folgt ausdrücken:

$$P(\overline{\mu_P} < z) \leq \alpha$$

Shortfall Constraints (2)

Annahme: Normalverteilung

→ Shortfall Constraints implizieren eine Aufteilung des Risiko-Rendite Diagramms in zwei Regionen mittels einer Geraden, der sogenannten Shortfall-line.

→ Portfolios oberhalb der Geraden erfüllen die Shortfall-Bedingung

→ Portfolios unterhalb der Geraden dagegen nicht.

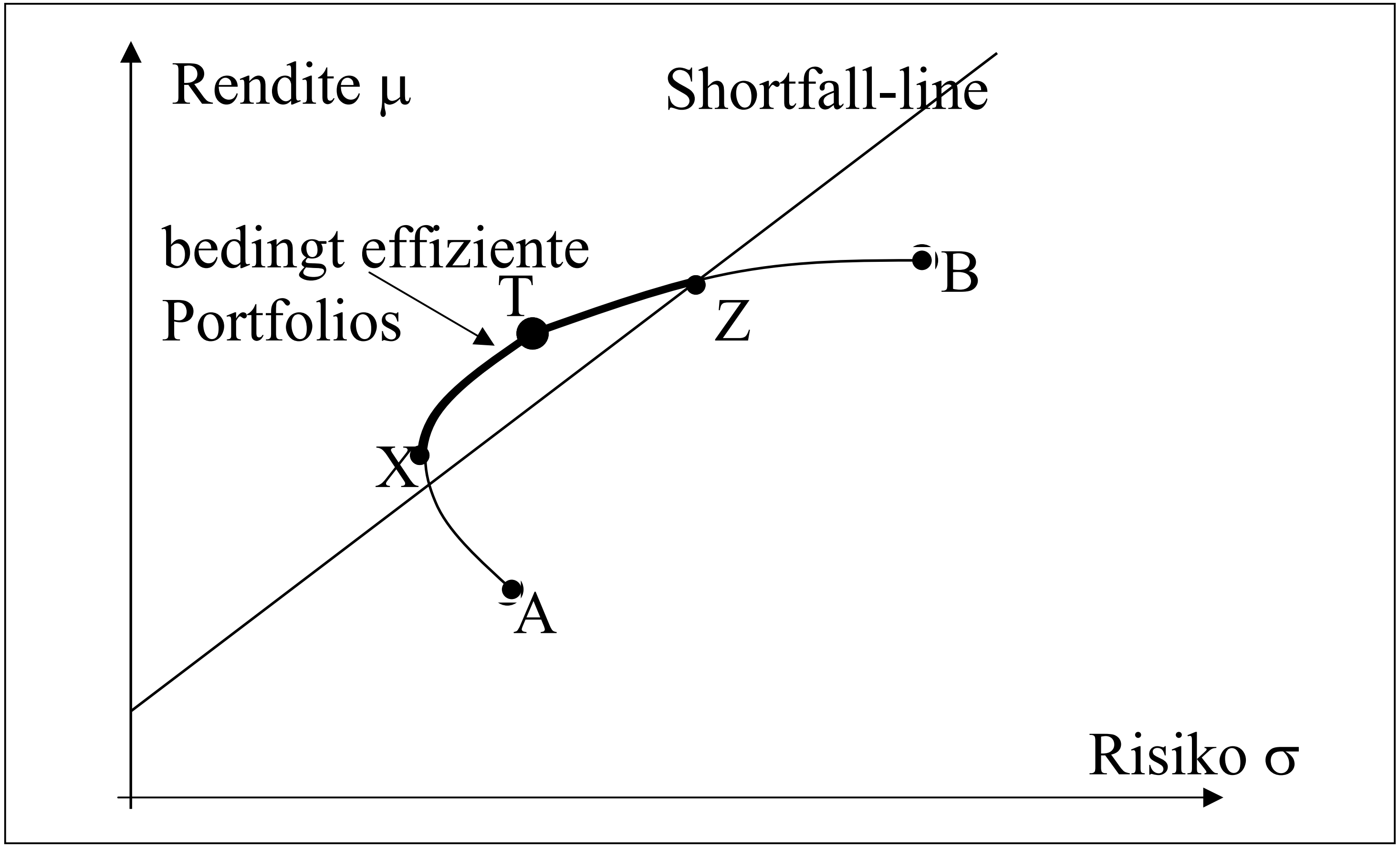
→ Ein optimales Portfolio P_{opt} ist somit aus der Schnittmenge der oberhalb der Shortfall-line liegenden Portfolios und der effizienten Portfolios zu ermitteln.

→ Die Schnittmenge selber bildet die Menge der bedingt effizienten Portfolios.

→ Die in Form von Shortfall Contraints ausgewiesenen Verpflichtungen werden für diese Portfolios mit der vorgegebenen Wahrscheinlichkeit im Betrachtungszeitraum erfüllt.

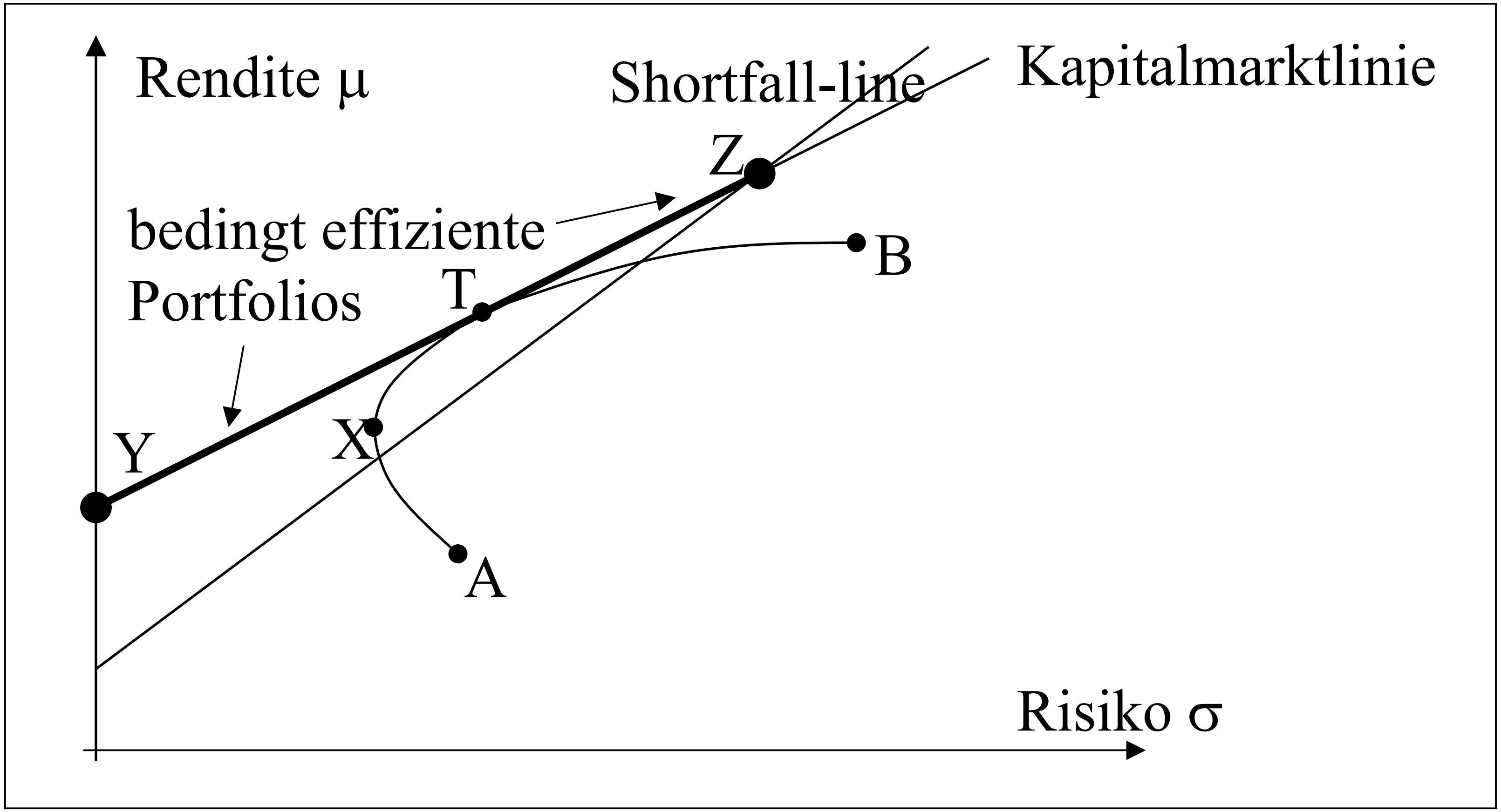
Shortfall Constraints (3)

Abbildung: Shortfall Constraint & risikobehaftete Wertpapiere



Shortfall Constraints (4)

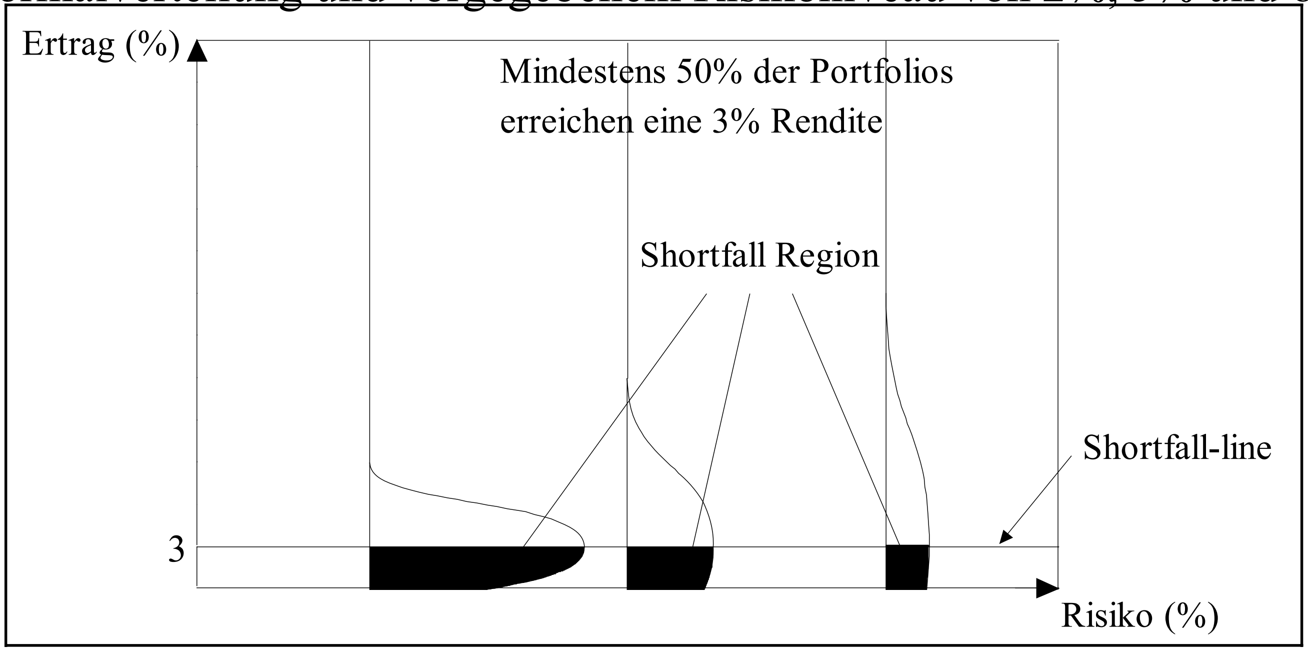
Abbildung: Shortfall Constraint & riskante/risikofreie Wertpapiere



Shortfall Constraints (5)

Beispiel:

- Vorgegeben werden alle Portfolios mit einem erwarteten Ertrag von 3%. Die untere Abbildung zeigt dazu die Verteilung der Erträge dieser Portfolios bei angenommener Normalverteilung und vorgegebenem Risikoniveau von 2%, 5% und 8%.

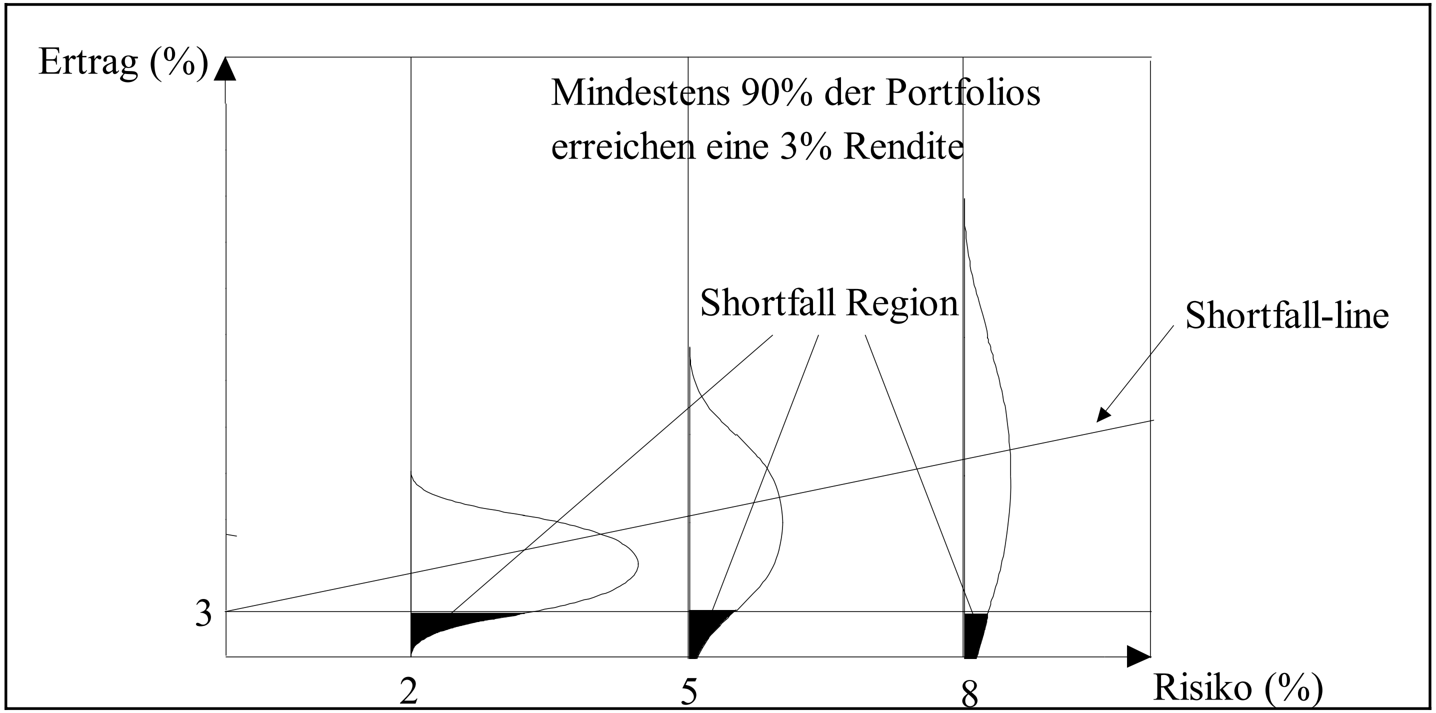


- Alle Portfolios erreichen somit mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% den vorgegebenen Ertrag von 3%. Man spricht auch von einer 50-prozentigen Ausfallwahrscheinlichkeit (Shortfall Probability).

Shortfall Constraints (6)

Beispiel:

- In der Regel wird man jedoch geringere Ausfallwahrscheinlichkeiten vorgeben.
- Ausfallwahrscheinlichkeit: 10% ; Mindestrendite: 3%
- Die erwartete Rendite muss größer sein, denn die schraffierten Flächeninhalte (Shortfall Region) unter der 3%-Marke dürfen nur noch 10% betragen.



Shortfall Constraints (7)

Alternative Problemstellung:

- welche Rendite wird von einer bestimmten Anlage oder einem festen Portfolio mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit, von beispielsweise α=10%, verfehlt?
- Die mit α verbundene Rendite wird dann auch als Threshold Return bezeichnet.

5.6. Ausfallerwartung und Ausfallvolatilität

Problemstellung:

- Verteilungen nicht symmetrisch → Konzept der Shortfall Constraints mit Schwachstellen
- Ausfallwahrscheinlichkeiten sind kein Gradmesser für die Höhe der möglichen Verluste
- Typisches Beispiel: Einsatz von Optionen im Sinne einer Portfolio Insurance

Beispiel:

- Absicherung eines Aktienbestandes mit einem Long-Put.
- Gewinnpotential wird um die Optionsprämie geschmälert, bleibt aber nach oben unbegrenzt.
- Verlust ist nach unten durch den Ausübungskurs beschränkt.
- → Putoptionsschutz führt zu wahrscheinlicheren Ausfällen (wegen Optionsprämie)
- Ausmaß ist geringer als bei einem nicht-abgesicherten Portfolio.

Ausfallerwartung und Ausfallvolatilität (2)

Lösungsansatz: (Zimmermann, H. et al. (1992))
Ausfallrisiken werden wie Renditerisiken behandelt:

- **Definition: Ausfallerwartung**
  Die Ausfallerwartung bezeichnet den durchschnittlichen, mit der Wahrscheinlichkeit gewichteten Renditeausfall und entspricht dem erwarteten Verlust unterhalb des Threshold Returns.

- **Definition: Ausfallvolatilität**
  Die Ausfallvolatilität bezeichnet die Volatilität der Rendite und spiegelt das negative Kurspotential unterhalb des Threshold Returns wider.

Ausfallerwartung und Ausfallvolatilität (3)

Beispiel:

Die folgende Tabelle illustriert das Konzept von Ausfallerwartung und Ausfallvolatilität.

	Ausmaß des Putoptionsschutzes (Floor = 90%)				
	0%	25%	50%	75%	100%
Mittelwert (stetig) Volatilität	6,85% 18,70%	6,78% 17,50%	6,69 16,48%	6,57% 15,63%	6,43% 14,92%
Threshold Return = -10% Ausfallwahrscheinlichkeit Ausfallerwartung Ausfallvolatilität	 18,50% 1,92% 6,12%	 18,50% 1,30% 4,41%	 18,50% 0,90% 2,84%	 18,50% 0,44% 1,37%	 0% 0% 0%

Entnommen aus Zimmermann, H. et al. (1992)

Ausfallerwartung und Ausfallvolatilität (4)

Beispiel (2): Erläuterungen:

- Floor von 90% bezeichnet das Ausmaß der Absicherung durch die Putoption
- Absicherungsgrad von 0%, 25%, 50%, 75% oder 100% des Aktienbestandes
  - Absicherungsgrad von 0% bedeutet: Bestand wird überhaupt nicht abgesichert

    → Mittelwert und Volatilität entsprechen denen der ausschließlichen Aktienanlage.
  - Absicherungsgrad von 100% bedeutet: vollständige Absicherung liegt vor.
- Threshold Return entspricht gerade dem Ausmaß der Absicherung
  - bei vollständige Absicherung gilt: die Ausfallwahrscheinlichkeit ist 0%. → die Ausfallerwartung und deren Volatilität 0%.
  - Für übrige Absicherungsgrade gilt: Ausfallwahrscheinlichkeiten sind alle gleich, nämlich jeweils 18,50%, aber Ausfallerwartung und Ausfallvolatilität sinken mit Zunahme des Absicherungsgrades.

5.7. Optimale Portfolios

Vorgehensweise:

- Ermittlung der relevanten Parameter μ, σ und ρ
- Bestimmung der Portfolios, die zu vorgegebenem Risikoniveau den maximalen Ertrag liefern.
- Bei mehreren Anlagen kann dies mathematisch mit Hilfe eines quadratischen Programms formuliert werden:

$$\text{QP}(1) = \begin{cases} & \sum_{i=1}^{N} x_i \cdot \overline{\mu_i} = \overline{\mu_P} \to \max \\ \text{u. d. N.:} & X^T S X =: R_0 \\ & \sum_{i=1}^{N} x_i = 1;\ x_i \geq 0 \ (i = 1,\dots N) \end{cases}$$

- Führt man somit die Optimierung für alle darstellbaren Varianzen R_0 durch, so erhält man die **Menge der effizienten Portfolios**.

Optimale Portfolios (2)

Vorgehensweise:

- Der eigentliche Kern der Optimierung ist die richtige Wahl der Anlagenanteile x_i am Gesamtportfolio.
- Alternative Formulierung des QP:

$$\mathrm{QP}(2) = \begin{cases} & X^T S X \to \min \\ \text{u. d. N.:} & \sum_{i=1}^{N} x_i \cdot \overline{\mu_i} = \overline{\mu_P} =: M_0 \\ & \sum_{i=1}^{N} x_i = 1;\ x_i \geq 0 \ (i = 1, \ldots N) \end{cases}$$

- Die Optimierung für alle darstellbaren Renditen M_0 liefert wiederum die **Menge aller effizienten Portfolios**.

Optimale Portfolios (3)

Vorgehensweise:

- Die explizite Berücksichtigung weiterer Restriktionen,

  etwa der Shortfall Constraints mit $P(\overline{\mu_P} < z) \leq \alpha$,

  schränkt die Auswahl bezüglich möglicher Portfolios ein
  → ein geringeres Risiko- und Ertragsspektrum wird abgedeckt

- Nebenbedingungen an die Gewichte x_i führen bei der Optimierung zur Menge der **bedingt effizienten Portfolios**, der sogenannten **Restricted Efficient Frontier**.

5.8. Nutzenfunktion

Nutzenfunktion:

- Aus der Menge der effizienten oder bedingt effizienten Portfolios soll das für den Investor attraktivste Portfolio ausgewählt werden.
- Formulierung einer Nutzenfunktion → Beschreibung des individuellen Nutzens des Investors
- Maximierung einer konkaven Nutzenfunktion:
  Endwohlstand für ein risikobehaftetes Endvermögen W:
  → $E(W) - a/2 * VAR(W)$
- $a \geq 0$ beschreibt die individuelle Risikoaversion des Investors

Nutzenfunktion (2)

Nutzenfunktion Einfacher Fall: (risikolose und risikobehaftete Anlage)

- Es sei eine risikolose Anlage und eine risikobehaftete Aktienanlage gegeben. Dem Investor stehen b Geldeinheiten zur Verfügung, x bezeichne den risikobehafteten Anteil. Der risikolose Zinssatz betrage i.
  - Rendite der Aktie sei r,
  - Erwartungswert $E(r) = \mu$,
  - Varianz $VAR(r) = \sigma$.
- Der Endwohlstand ist definiert durch: $W(x) = x \cdot b \cdot (1+r) + (1-x) \cdot b \cdot (1+i)$
- Für Erwartungswert und Varianz der Wohlstandsfunktion ergibt sich:

$$E(W(x)) = x \cdot b \cdot (1+\mu) + (1-x) \cdot b \cdot (1+i)$$

$$VAR(W(x)) = b^2 \cdot x^2 \cdot \sigma^2$$

- Maximierung der Nutzenfunktion:

$$f(x) = x \cdot b \cdot (1+\mu) + (1-x) \cdot b \cdot (1+i) - \frac{a}{2} \cdot b^2 \cdot x^2 \cdot \sigma^2 \rightarrow \max$$

Nutzenfunktion (3)

Nutzenfunktion Einfacher Fall: (risikolose und risikobehaftete Anlage)

- Die Ableitungen ergeben sich zu:

  $$f'(x) = b\cdot(1+\mu) - b\cdot(1+i) - a\cdot b^2\cdot x\cdot\sigma^2$$

  und

  $$f''(x) = -a\cdot b^2\cdot\sigma^2 \le 0 \qquad \text{für } a > 0$$

- Ein Maximum ergibt sich bei $f'(x) = 0$

  und damit für $x_{opt} = \dfrac{b\cdot(1+\mu-1-i)}{a\cdot b^2\cdot\sigma^2} = \dfrac{\mu - i}{a\cdot b\cdot\sigma^2}$

Nutzenfunktion (4)

Nutzenfunktion Beispiel: (risikolose und risikobehaftete Anlage)

- Es stehe ein Kapital von b = 100.000 Euro zur Verfügung,
- Für a gelte: $a = {}^{1}\!/_{b}$,
- der risikolose Zinssatz i betrage i = 5% und
- für die Aktie μ = 20% und σ = 50%.

Dann ergibt sich der optimale Aktienanteil zu:

$$x_{opt} = \frac{\mu - i}{a \cdot b \cdot \sigma^2} = \frac{\mu - i}{\sigma^2} = \frac{20\% - 5\%}{50\%^2} = 0{,}6$$

d.h. es ergibt sich folgende Strategie:

- Investition in risikobehaftete Aktie: 60.000 Euro
- Investition in risikolose Anlage: 40.000 Euro

5.9. Hedgingstrategie: Constant Proportion Portfolio Insurance (CPPI)

Grundidee:

- Aufteilung des zur Verfügung stehenden Investitionskapitals in ein risikobehaftetes und ein sicheres Portfolio.
  - Die sichere Anlage dient der Sicherung einer Mindestrendite,
  - die risikobehaftete Anlage dient der Performancesteigerung.

- Die CPPI-Strategie geht auf Perold (1986) sowie Black und Jones (1987) zurück.

- Variation des CPPI-Konzepts ausschließlich für festverzinsliche Wertpapieren von Hakanoglu, Kopprasch und Roman (1989)
  - Volatilität wird mit Hilfe der Duration gemessen

Hedgingstrategie: Constant Proportion Portfolio Insurance (CPPI) (2)

Wesentliche Parameter einer CPPI-Strategie:

Floor:	Niedrigster (zugelassener) Wert für das Portfolio,
Cushion (C):	Portfolio-Wert minus Floor,
Exposure (E):	Betrag der risikobehaftet angelegt wird,
Tolerance:	Toleranzgrenze in Prozent bis zu dem keine Transaktionen, d.h. Portfolioumschichtungen, vorgenommen werden.
Limit:	maximaler prozentualer Anteil der risikobehafteten Anlage am Gesamtportfolio,
Multiple (m):	Multiplikator mit der Cushion multipliziert wird.

Hedgingstrategie: Constant Proportion Portfolio Insurance (CPPI) (3)

Durchführung der CPPI-Strategie:

1. Der Investor legt einen Portfolio-Mindestwert (Floor) fest, der während des Planungszeitraumes nicht unterschritten werden darf, aber gemäß der vorausgesetzten Mindestverzinsung ansteigt. Am Periodenende garantiert er die Tilgung der Verbindlichkeiten.
2. Aus der Differenz zwischen dem jeweils aktuellen Portfoliowert und dem Portfolio-Mindestwert ergibt sich der sogenannte Cushion.
3. Der Investor bestimmt nun einen Betrag den er in die risikobehaftete Anlage investieren möchte. Aus dem Quotienten von Exposure (E) und Cushion (C) ergibt sich der sogenannte Multiplikator (m). Nach Definition ist (m) > 1, das heißt die Exposure größer als der Cushion.
4. Üblicherweise wird man allerdings den Multiplikator konstant wählen und daran die Exposure ausrichten. Der riskant anzulegende Betrag wird nun zu jedem Umschichtungstermin aus dem Produkt zwischen dem Multiplikator und dem Cushion bestimmt. Der verbleibende Betrag wird risikolos angelegt.

Hedgingstrategie: Constant Proportion Portfolio Insurance (CPPI) (4)

Es gilt also:

Riskanter Anlagebetrag = Multiplikator * (Portfoliowert - Mindestwert)

$$E = m * C$$

und

Risikoloser Anlagebetrag = (Portfoliowert - Riskanter Anlagebetrag).

↳ Der Multiplikator ist also ein Gradmesser der Risikobereitschaft des Investors.
Je größer er gewählt wird, desto größer das Gewinn- aber auch das Verlustpotential.

Hedgingstrategie: Constant Proportion Portfolio Insurance (CPPI) (5)

Nachteile:

- Neuberechnung des Cushion bei jedem Umschichtungstermin
  - der riskant anzulegende Betrag kann sich ständig ändern
  - erhöhte Transaktionskosten → evtl. Festlegung einer Tolerance!
- prozyklische Anlagevorschriften:
  - bei Kursanstieg der riskanten Anlage Aufstockung
  - bei Kursrückgang Reduzierung
  - Mindestendvermögen wird nicht erreicht bei extremem Kursverfall
  - rechtzeitige Umstrukturierung nicht möglich!
  - vollständige Garantie für das Erreichen des Mindestvermögens ist nicht möglich

Vorteile:

- unkomplizierte Handhabung
- kein fester Planungsendzeitpunkt

Übersicht Kapitel 6:

Lernziele Kapitel 6:

Nach der Bearbeitung dieses Kapitels soll der Lernende in der Lage sein,

- ✓ den Begriff Marktkapitalisierung einzuordnen,
- ✓ Aktien durch Bilanzkennzahlen zu bewerten,
- ✓ Aktien durch Dividendenzahlungen zu bewerten,
- ✓ den Einfluss von Wachstumserwartungen auf den Aktienkurs erkennen,
- ✓ das Capital Asset Pricing Modell zu verstehen und anzuwenden,
- ✓ Aktientipps von sog. Experten kritisch zu hinterfragen.

6.1. Einführung

Definition

Die **Marktkapitalisierung eines Unternehmens (oder auch Börsenwert bzw. Marktwert)** entspricht der Summe, die ein Investor aufbringen muss, um alle Aktien eines Unternehmens zu erwerben.

➔ die Stückzahl der ausgegebenen Aktien mal Aktienkurs.

6.2. Aktienbewertung mittels Kennzahlen aus Rechnungswesen

Definition

Der **Buchwert (des Eigenkapitals) eines Unternehmens** gibt an, mit welchem Betrag sämtliche Vermögensgegenstände und Verbindlichkeiten an einem Stichtag in die Bilanz eingehen.

Der Buchwert des Eigenkapitals ist ein stichtagbezogener Wert, der sich aus den Bilanzdaten Vermögen minus Schulden errechnet

Aktienbewertung mittels Kennzahlen aus Rechnungswesen (2)

Definition

Zur Berechnung des **Liquidationswert eines Unternehmens** nimmt man im Gegensatz zum Buchwert den Marktwert sämtlicher Vermögensgegenstände (Aktiva) und zieht davon den Marktwert der Verbindlichkeiten ab.

Dieser Wert ist also zu realisieren, wenn man das Unternehmen übernimmt, sämtliche Aktiva verkauft und die Schulden zurückbezahlt. Ist nun die Übernahme sämtlicher Aktien kostengünstiger als der Liquidationswert, so kann man mit der obigen Vorgehensweise, die einer Zerschlagung des Unternehmens gleichkommt, einen Profit erwirtschaften. Daher ist der Liquidationswert eines Unternehmens i.d.R. eine untere Grenze für die Marktkapitalisierung;

Aktienbewertung mittels Kennzahlen aus Rechnungswesen (3)

Definition

Die Kennzahl **Kurs-Gewinn-Verhältnis (kurz KGV) [englisch: Price-Earings-Ratio oder kurz P-E Ratio]** gibt an, in welcher Relation der Kurs zum Gewinn pro Aktie steht.

➔ KGV = Aktienkurs/Gewinn pro Aktie

Dabei werden i.d.R. nicht die Gewinne aus der Vergangenheit (Bilanzgewinn des Vorjahres) benutzt, sondern Schätzungen der Gewinne für das laufende Quartal bzw. Jahr sowie für die nächsten Jahre.

Aktienbewertung mittels Kennzahlen aus Rechnungswesen (4)

Definition

Die Kennzahl **EBIT (= Earnings before Interests and Taxes**) gibt den Gewinn ohne Berücksichtigung von Fremdkapitalzinsen und Steuern an.

Dieser Wert ist deshalb aussagekräftiger als der Gewinn, da er vermeidet, dass Unternehmen im Vergleich besser abschneiden, die in Ländern mit niedrigen Steuern angesiedelt sind oder günstigere Zinssätze für ihr Fremdkapital haben.

Aktienbewertung mittels Kennzahlen aus Rechnungswesen (5)

Definition

Das **Kurs-Umsatz-Verhältnis (kurz KUV)** ist als Marktwert/Umsatzerlöse eines Unternehmens definiert.

Im Gegensatz zu den beiden vorherigen Kennzahlen besitzt das KUV auch eine bestimmte Aussagekraft für Unternehmen, die Verluste erwirtschaften.

Definition

Das **Kurs-Cash-Flow Verhältnis (kurz KCV)** ist als Quotient Marktkapitalisierung/Cash Flow des Unternehmens definiert.

Es gibt dem Aktienkurs eine Bewertung in Relation zum Cash Flow.

6.3.Aktienbewertung unter Berücksichtigung der Wachstumschancen

Definition

Das **Kurs-Gewinn-Wachstums-Verhältnis [Englisch: Price-Earnings to Growth-Ratio (kurz PEG Ratio)]** ist definiert als:

Quotient KGV/Erwartetes Wachstum des Gewinns

6.4. Aktienbewertung mittels Dividenden

Definition

Die **Dividendenrendite** ergibt sich aus dem Quotienten Dividendenzahlungen pro Jahr / Aktienkurs.

Wir bezeichnen den heutigen fairen Wert einer Aktie mit V_0 und mit V_j den Wert in j Jahren von heute an gerechnet.
Analog nennen wir in j Jahren die Dividenden D_j sowie den Preis der Aktie P_j

Damit ergibt sich:

$V_0 = (D_1 + P_1)/(1+k)$,

$V_1 = (D_2 + P_2)/(1+k)$ etc.

Aktienbewertung mittels Dividenden (2)

Dividend Discount Model

$$V_0 = D_1 / (1+k) + D_2 / (1+k)^2 + D_3 / (1+k)^3 + \ldots.. = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{D_j}{(1+k)^j}$$

Für **konstantes Wachstum mit dem Faktor g**, d.h. $D_{j+1} = D_j\,(1+g)$ gilt dann**:**

$$V_0 = D_0 \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{1+g}{1+k}\right)^j$$

und schließlich: $V_0 = \dfrac{D_1}{k-g}$

6.5. Das Capital Asset Pricing Model (CAPM)

Annahmen:

- Sämtliche Marktteilnehmer (Investoren) haben homogene Erwartungen bzgl. den Parametern erw. Rendite und Streuung und planen für den selben Zeithorizont.
- Es ist möglich Geld am Kapitalmarkt zum Zinssatz i anzulegen und auszuleihen; Transaktionskosten bleiben unberücksichtigt.
- Alle Investoren folgen einem einheitlichen Entscheidungskriterium – d.h. maximieren sie ihren Endwohlstand gemäß der im vorhergehenden Abschnitt vorgestellten Nutzenfunktion, so haben alle Investoren mit identischen Proportionen zusammengesetzte Portfolios.

Das Capital Asset Pricing Model (CAPM) (2)

Definition:

Der Quotient

$$\frac{\sigma_j \, \rho_{i,j}}{\sigma_M} = \frac{\mathrm{Cov}(M, Aj)}{\mathrm{Var}(M)}$$

heißt **Beta (Symbol: βj)** eines Aktientitels j.

Das Capital Asset Pricing Model (CAPM) (3)

Grundgleichung des CAPM:

$$\mu_j = i + (\mu_M - i) \cdot \beta_j$$

Das CAPM stellt also einen lineareren Zusammenhang zwischen der erwarteten Aktienrendite und der Volatilität des Aktienkurses bzw. dem Beta eines Unternehmens, also dem Risiko her.

Das Capital Asset Pricing Model (CAPM) (4)

Werden Portfolios aus N Aktien zusammengestellt, so gilt:

Ist der Aktientitel j mit dem Anteil x_j in einem Portfolio vertreten und hat das dazugehörende β_j, so ist das Beta dieses Portfolios β_P wie folgt zu berechnen:

$$\beta_P = \sum_{i=1}^{N} \beta_i$$

Übersicht Kapitel 7:

Lernziele Kapitel 7:

Nach der Bearbeitung dieses Kapitels soll der Lernende in der Lage sein,

- ✓ die Funktionsweise einer Option zu verstehen,
- ✓ das Konsequenzen eines arbitragefreien Marktes für Optionsbewertungen zu kennen,
- ✓ Optionspreismodelle anzuwenden,
- ✓ den Einfluss der Parameter Volatilität, Zins, Laufzeit und Ausübungspreis auf den Preis der Option zu analysieren,
- ✓ Investmentstrategien unter Verwendung von Optionen durchzuführen.

7.1. Einführung

- Call = Kaufoption
  Recht ein sog. Underlying Asset (z.B. Aktie) zu einem heute festgelegten Preis in Zukunft (d.h. in einen Zeitraum ab heute oder zu einem festen zukünftigen Zeitpunkt) zu kaufen.
- Put = Verkaufsoption
  Recht eine Underlying Asset zu einem heute festgelegten Preis in Zukunft (d.h. in einen Zeitraum ab heute oder zu einem festen zukünftigen Zeitpunkt) zu verkaufen.

- Amerikanische Option:
  - Ausübung während eines Zeitraums
- Europäische Option:
  - Ausübung nur am Ablaufdatum möglich

Einführung (2)

Bestandteile einer Option

- Art der Transaktion (Put oder Call)
- Art der Option (amerikanisch oder europäisch)
- Name des Emittenten
- Titel des Underlying Asset
- Ausübungspreis (Basispreis)
- Ablaufzeitpunkt

Bezeichnungen

- C = Callpreis
- P = Putpreis
- S = aktueller Kurs des Underlying Asset
- S_T = Kurs am Ablaufzeitpunkt
- X = Ausübungspreis der Option

Einführung (3)

Vorteile

- Hedging (Risikoverminderung),
- hohe Rentabilität durch Leverageeffekt,
- günstige Möglichkeit der Portfolio-Insurance,
- geringer Kapitaleinsatz und damit geringe Liquidität für den Abschluss eines derivativen Geschäfts erforderlich.

Nachteile

- Begrenzte Laufzeit,
- neue Risikoquellen,
- Komplexität der meisten Produkte →
  hohe Anforderungen an Personal, Organisation, Datenverarbeitung, laufende Überwachung,
- zum Teil eingeschränkte Produktauswahl.

7.2. Der Wert einer Option

Definition

Eine Option (Call oder Put) bezeichnet man als **am Geld (engl. at the money)**, falls ihr Basispreis X mit dem heutigen Aktienkurs S quasi übereinstimmt.

Definition

Ein Call ist **im Geld (in the money)**, falls X geringer als der heutige Aktienkurs S ist, entsprechend ist ein Put im Geld, falls X größer als S ist.

Definition

Calls werden als **aus dem Geld (out of the money)** bezeichnet, falls X größer als der heutige Aktienkurs S ist. Für Puts sagt man entsprechend, dass sie aus dem Geld sind, falls X geringer als S ist.

7.2. Der Wert einer Option (2)

(Innerer) Wert eines Calls bei Ablauf

- $S - X$ falls $S > X$
- 0 falls $S < X$

d.h. Wert = Max $(0, S - X)$

(Innerer) Wert eines Puts bei Ablauf

- 0 falls $S > X$
- $X - S$ falls $S < X$

d.h. Wert = Max $(0, X - S)$

7.3.1. Regeln für Calls

Regel 1: Ein Callpreis ist niemals größer als der Preis des Underlying Asset, d.h. $C \leq S$

Regel 2a: Ein Callpreis ist niemals geringer als der innere Wert des Calls, d.h. $C \geq \text{Max}\ (0; S - X)$

Regel 2b: Ein Callpreis ist niemals geringer als die Differenz zwischen Aktienkurs und diskontiertem Ausübungspreis, d.h. $C \geq \text{Max}\ (0; S - X\ (1+r)^{-T})$

Regel 2c: Fallen während der Laufzeit Dividendenzahlungen an, deren Barwert D beträgt, so ist ein Callpreis niemals geringer als die Differenz zwischen Aktienkurs minus Barwert der Dividenden minus diskontiertem Ausübungspreis, d.h. $C \geq \text{Max}\ (0; S - D - X\ (1+r)^{-T})$

Regeln für Calls (2)

Regel 3: Unterscheiden sich zwei Calls ausschließlich in der Restlaufzeit, so gilt:
Eine längere Restlaufzeit führt zu einem höheren Callpreis,
d.h. $C_1 \leq C_2$, falls $T_1 \leq T_2$

Regel 4a: Unterscheiden sich zwei Calls ausschließlich im Ausübungspreis, so gilt:
Ein kleinerer Ausübungspreis führt zu einem höheren Callpreis,
d.h. $C_1 \leq C_2$, falls $X_1 \geq X_2$

Regel 4b: Unterscheiden sich zwei Calls ausschließlich im Ausübungspreis, so gilt:
Die Differenz der Callpreise ist stets geringer als die Differenz der Ausübungspreise,
d.h. $C_1 - C_2 \leq X_2 - X_1$

Regel 5: Ein europäischer Call ist niemals teurer als ein amerikanischer Call, falls Restlaufzeit und Ausübungspreis übereinstimmen.

7.3.2. Regeln für Puts

Regel 1: Ein Putpreis ist niemals größer als sein Ausübungspreis, d.h. $P \leq X$

Regel 2a: Ein Putpreis ist niemals geringer als der innere Wert des Puts,
d.h. $P \geq \text{Max}\,(0; X - S)$

Regel 2b: Ein Putpreis ist niemals geringer als die Differenz zwischen diskontiertem Ausübungspreis und Aktienkurs, d.h. $P \geq \text{Max}\,(0; X\,(1+r)^{-T} - S)$

Regel 2c: Fallen während der Laufzeit Dividendenzahlungen an, deren Barwert D beträgt, so ist ein Putpreis niemals geringer als die Differenz zwischen diskontiertem Ausübungspreis plus Barwert der Dividenden minus Aktienkurs,
d.h. $P \geq \text{Max}\,(0; S - D - X\,(1+r)^{-T})$

Regeln für Puts (2)

Regel 3: Unterscheiden sich zwei Puts ausschließlich in der Restlaufzeit, so gilt:
Eine längere Restlaufzeit führt zu einem höheren Putpreis,
d.h. $P_1 \leq P_{2,}$ falls $T_1 \leq T_2$

Regel 4a: Unterscheiden sich zwei Puts ausschließlich im Ausübungspreis, so gilt:
Ein kleinerer Ausübungspreis führt zu einem geringeren Putpreis,
d.h. $P_1 \leq P_{2,}$ falls $X_1 \leq X_2$

Regel 4b: Unterscheiden sich zwei Puts ausschließlich im Ausübungspreis, so gilt:
Die Differenz der Putpreise ist stets geringer als die Differenz der Ausübungspreise,
d.h. $P_2 - P_1 \leq X_2 - X_1$

Regel 5: Ein europäischer Put ist niemals teurer als ein amerikanischer Call, falls
Restlaufzeit und Ausübungspreis übereinstimmen.

7.3.3. Die Put Call Parität

Es besteht ein direkter Zusammenhang zwischen Put- und Callpreis von europäischen Optionen:

$$S + P = C + X\,(1+r)^{-T} \qquad \textbf{oder} \qquad C = P + S - X\,(1+r)^{-T}$$

- Parität gilt nur für europäische Optionen

→ Teure Calls führen auch zu teuren Puts.

→ Es existieren Einflussfaktoren auf den Preis einer Option, die sowohl Call als auch Put verteuern.

7.4. Preismodelle für Optionen

Allgemeine Modellannahmen

- Der Kapitalmarkt ist vollkommen und es ist keine Arbitrage möglich,
- Transaktionskosten und Steuern bleiben unberücksichtigt,
- der Marktzins ist bis zum Ablaufzeitpunkt konstant,
- es handelt sich um europäische Optionen,
- bis zum Ablaufzeitpunkt fallen keine Dividendenzahlungen an.

Modelle

- Das Binomial Modell
- Das Black-Scholes-Merton Modell

Preismodelle für Optionen (2)

Das Black-Scholes-Merton Modell

Modellannahmen

- Aktienkurs sei ein stetiger stochastischer Prozess,
- Aktienkurs lässt sich durch eine sog. Geometrische Brown'sche Bewegung beschreiben,
- der Aktienkurs bewegt sich zu jedem Zeitpunkt zufällig und
- Kursveränderungen können durch eine Differentialgleichung beschrieben werden.

Optionspreisformel für europäische Calls

- $$C = S \cdot N(d_1) - Xe^{-r_c T} \cdot N(d_2)$$
- wobei $d_1 = \frac{\ln(\frac{S}{X}) + T(r_c + \frac{\sigma^2}{2})}{\sigma\sqrt{T}}$ und $d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$

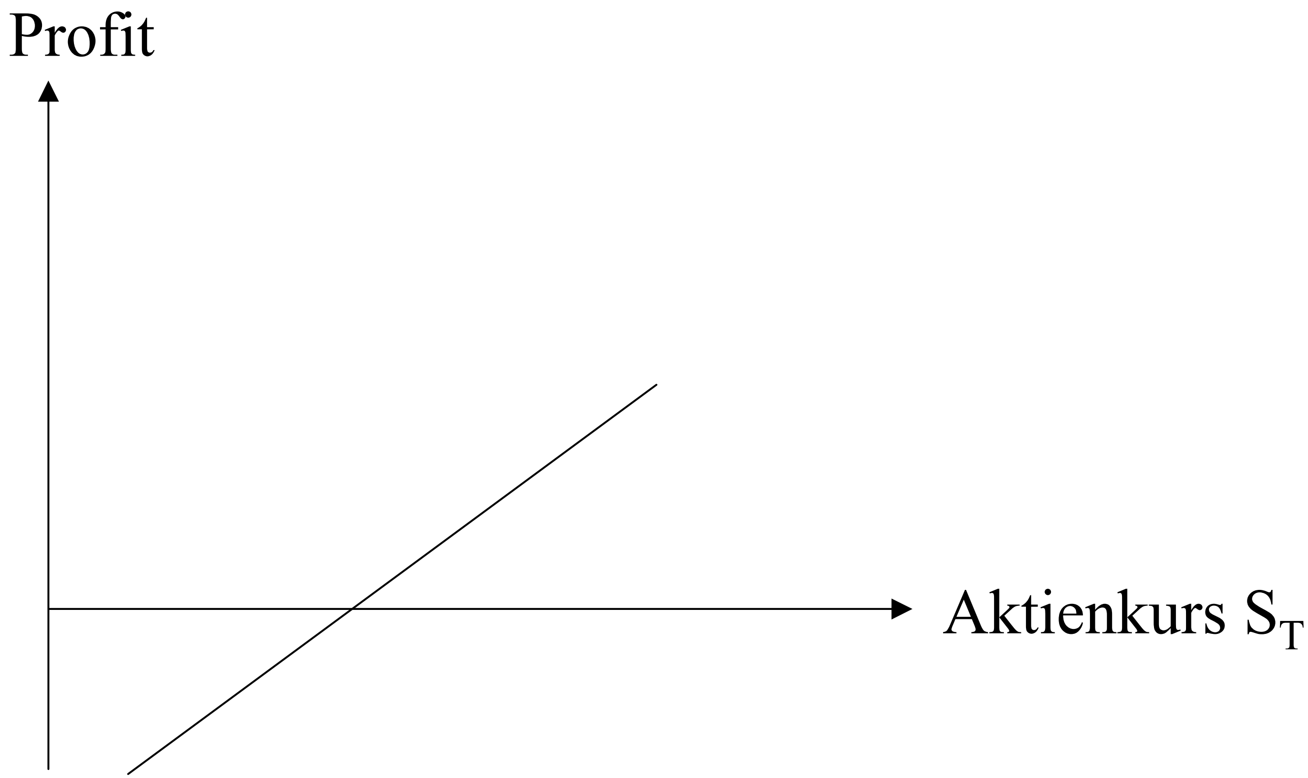
Preismodelle für Optionen (3)

Determinanten des Optionspreises C bzw. P

Inputvariable	Einfluss auf Callpreis	Einfluss auf Putpreis
Höherer Aktienkurs S	C höher	P geringer
Höhere Volatilität σ	C höher	P höher
Höherer Ausübungspreis X	C geringer	P höher
Längere Restlaufzeit T	C höher	P höher
Höherer Marktzins i	C höher	P geringer

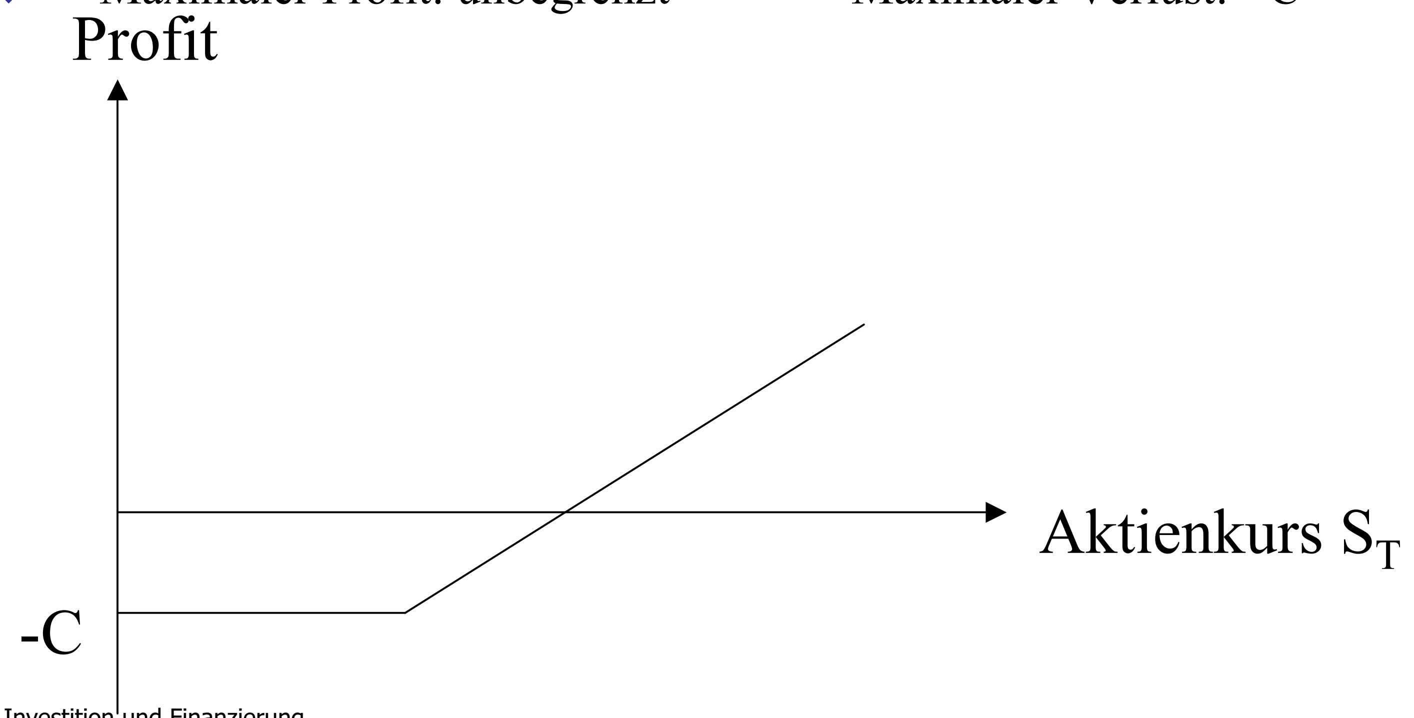
7.5.1. Kauf einer Aktie

- Profit am Ablaufzeitpunkt: S_T - S



7.5.2. Kauf eines Call

- Profit am Ablaufzeitpunkt: Max $(0, S_T – X) – C$
- Break Even für $S_T = X + C$
- Profit, falls $S_T > X + C$:
  - Maximaler Profit: unbegrenzt Maximaler Verlust: - C



Kauf eines Call (2)

Beispiel

Sie erwerben einen Call zu C = 3 € mit Ausübungspreis 40 €.

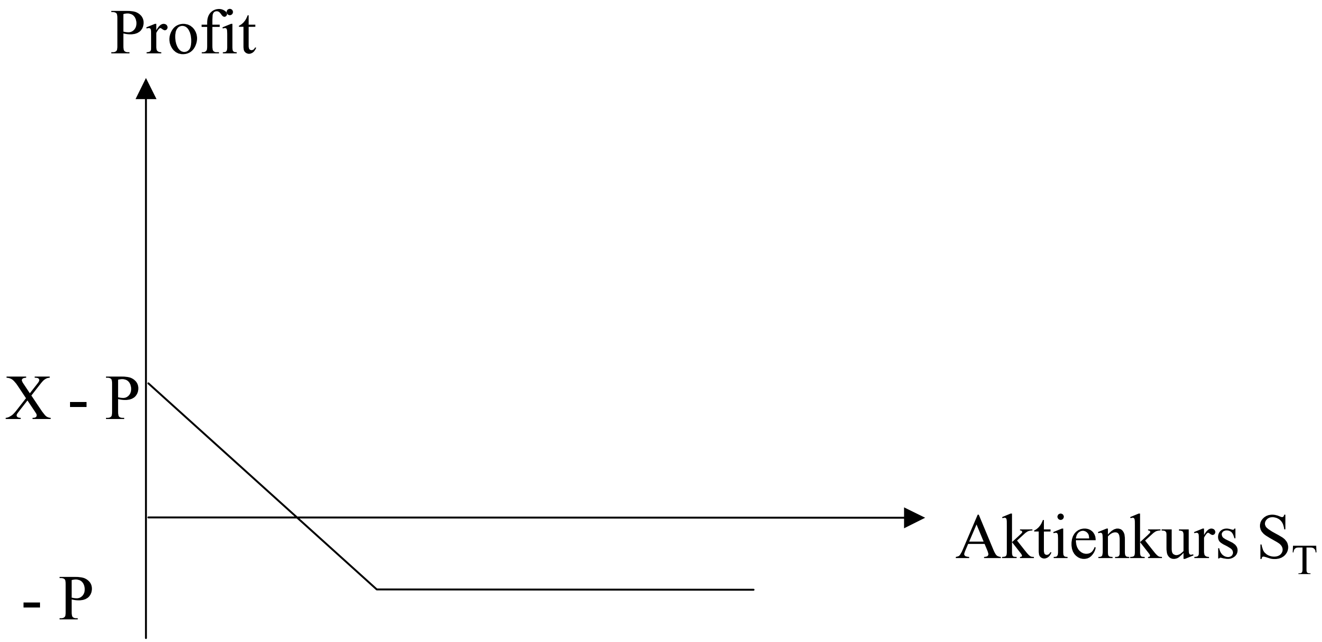
Zum Ablaufzeitpunkt ergibt sich damit folgende Gewinnsituation:

Zur Erinnerung: Profit am Ablaufzeitpunkt: Max (0, S_T – X) – C

Aktienkursbereiche	**Gewinn**
$S_T \leq 40$ €	Max (0, S_T – 40 €) – 3 € = **– 3 €**
$S_T > 40$ €	Max (0, S_T – 40 €) – 3 € = **S_T – 43 €**

7.5.3. Kauf eines Put

- Profit am Ablaufzeitpunkt: Max $(0, X - S_T) - P$
- Break Even für $S_T = X - P$
- Profit, falls $S_T < X - P$:
  - Maximaler Profit: X - P Maximaler Verlust: - P



Kauf eines Put (2)

Beispiel

Sie erwerben einen Put zu P = 2 € mit Ausübungspreis 50 €.

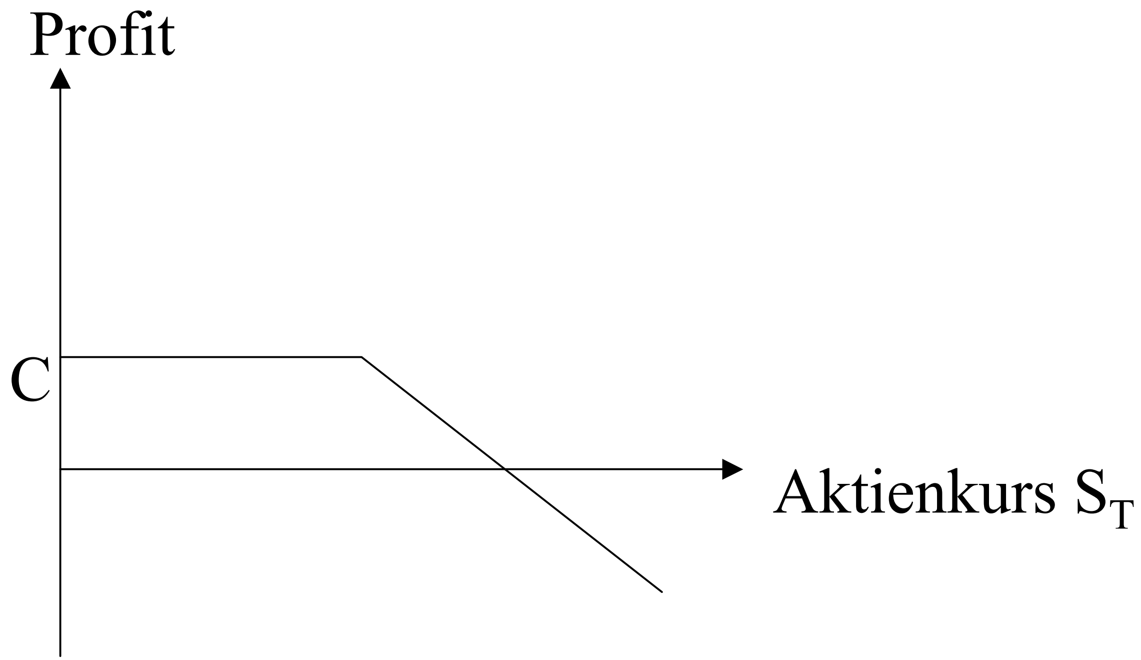
Zum Ablaufzeitpunkt ergibt sich damit folgende Gewinnsituation:

Zur Erinnerung: Profit am Ablaufzeitpunkt: Max (0, $X - S_T$) – P

Aktienkursbereiche	**Gewinn**
$S_T \leq 50$ €	Max (0, 50 € – S_T) – 2 € = **48 € – S_T**
$S_T > 50$ €	Max (0, 50 € – S_T) – 2 € = **– 2 €**

7.5.4. Verkauf eines Call

- Profit am Ablaufzeitpunkt: C – Max (0, S_T – X)
- Break Even für S_T = X + C
- Profit, falls $S_T <$ X + C:
  - Maximaler Profit: C		Maximaler Verlust: unbegrenzt



Verkauf eines Call (2)

Beispiel

Sie verkaufen einen Call zu C = 3 € mit Ausübungspreis 40 €.

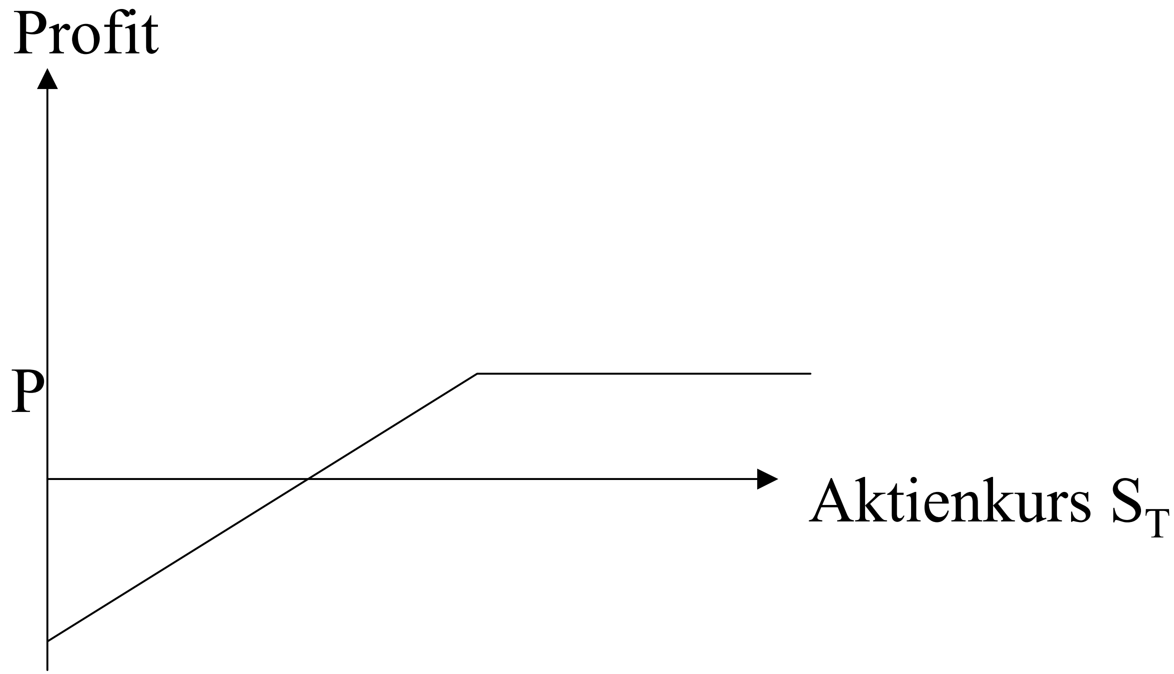
Zum Ablaufzeitpunkt ergibt sich damit folgende Gewinnsituation:

Zur Erinnerung: Profit am Ablaufzeitpunkt: $C - \text{Max}\,(0, S_T - X)$

Aktienkursbereiche	**Gewinn**
$S_T \leq 40$ €	3 € – Max (0, S_T – 40 €) = **3 €**
$S_T > 40$ €	3 € – Max (0, S_T – 40 €) = **43 € – S_T**

7.5.5. Verkauf eines Put

- Profit am Ablaufzeitpunkt: P – Max (0, X – S_T)
- Break Even für S_T = X - P
- Profit, falls S_T > X - P:
  - Maximaler Profit: P Maximaler Verlust: P - X



Verkauf eines Put (2)

Beispiel

Sie verkaufen einen Put zu P = 2 € mit Ausübungspreis 50 €.

Zum Ablaufzeitpunkt ergibt sich damit folgende Gewinnsituation:

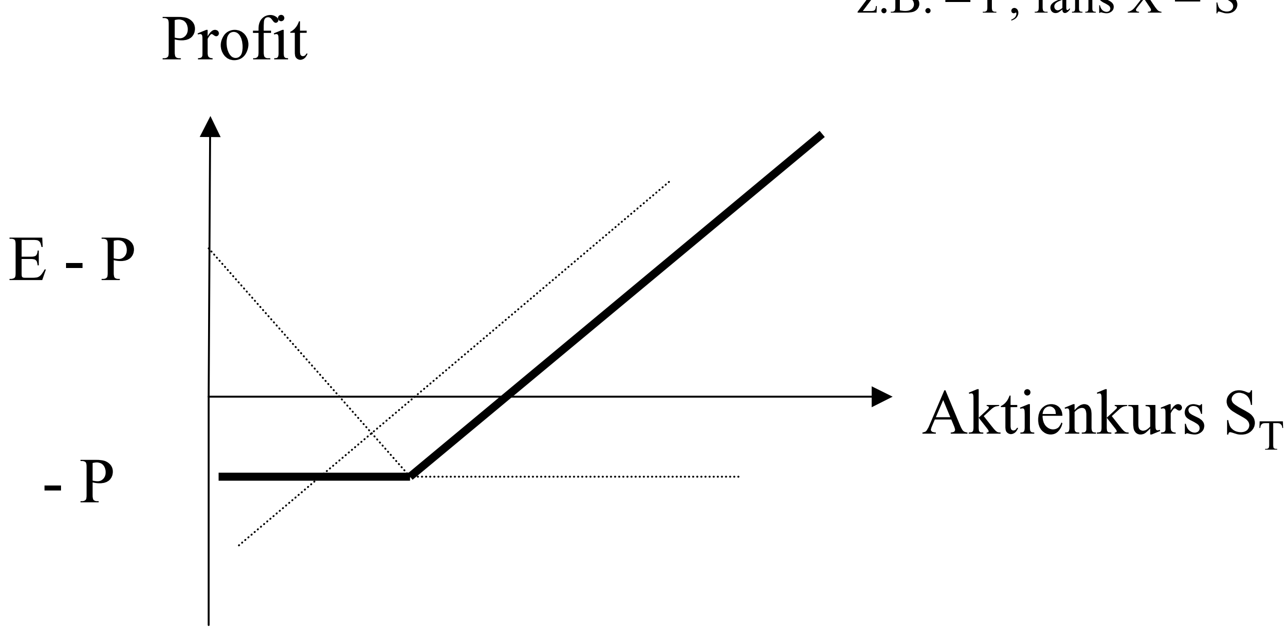
Zur Erinnerung: Profit am Ablaufzeitpunkt: $P - Max\,(0, X - S_T)$

Aktienkursbereiche	**Gewinn**
$S_T \leq 50$ €	2 € – Max (0, 50 € – S_T) = $\mathbf{S_T - 48}$ **€**
$S_T > 50$ €	2 € – Max (0, 50 € – S_T) = **2 €**

7.5.6. Protective Put

- Strategie: Kauf einer Aktie und eines Put
- Break Even für $S = P + S_T$, falls $S_T > X$
- Profit am Ablaufzeitpunkt: Max $(0, X - S_T) - P + S_T - S$
  - Maximaler Profit: unbegrenzt

Maximaler Verlust: $X - P - S$
z.B. $- P$, falls $X = S$



Protective Put (2)

Beispiel

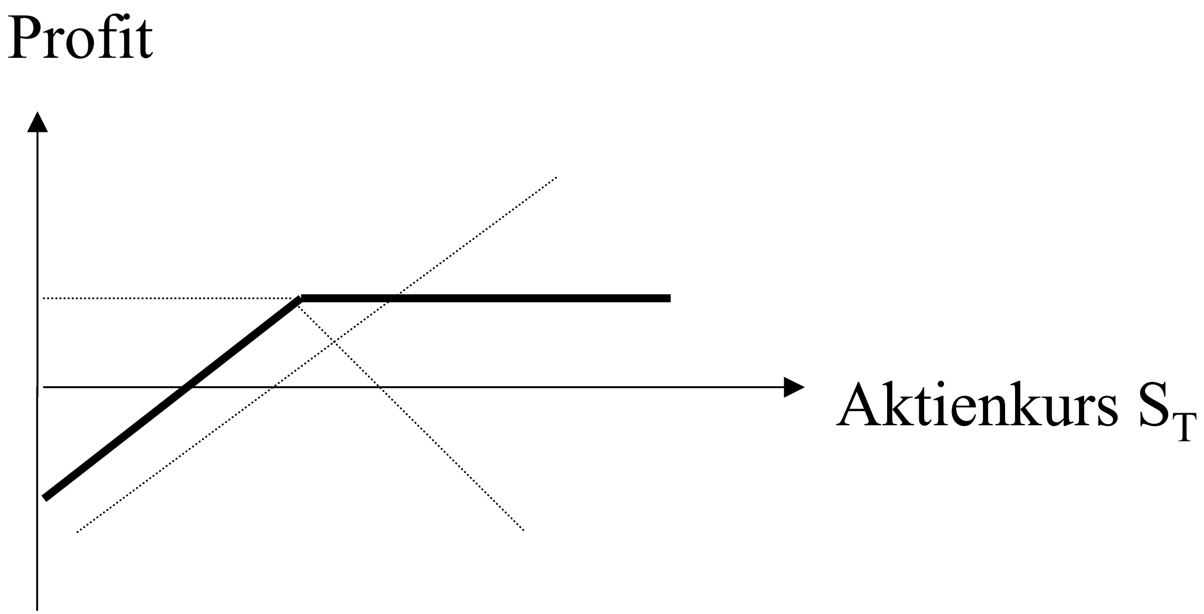
Sie erwerben eine Aktie zum aktuellen Kurs S = 54 € und zur Absicherung einen Put auf diese Aktie zu P = 2 € mit Ausübungspreis X = 50 €.

Zum Ablaufzeitpunkt ergibt sich damit folgende Gewinnsituation:

Aktienkursbereiche	**Gewinn**
$S_T \leq 50$ €	$S_T - S + \text{Max}(0, 50 € - S_T) - 2 € =$ $S_T - 54 € + 48 € - S_T = \mathbf{-6\ €}$
$S_T > 50$ €	$S_T - S + \text{Max}(0, 50 € - S_T) - 2 € =$ $S_T - 54 € - 2 € = \mathbf{S_T - 56\ €}$

7.5.7. Covered Call

- Strategie: Kauf einer Aktie und Verkauf eines Calls
- Break Even (für $S_T < X$): $S_T = S - C$
- Profit am Ablaufzeitpunkt: $S_T - S + C - Max\ (0, S_T - X)$
  - Maximaler Profit: $X + C - S$ Maximaler Verlust: $C - S$



Covered Call (2)

Beispiel

Sie erwerben eine Aktie zum aktuellen Kurs S = 38 € und verkaufen einen Call zu C = 3 € mit Ausübungspreis X = 40 €.

Zum Ablaufzeitpunkt ergibt sich damit folgende Gewinnsituation:

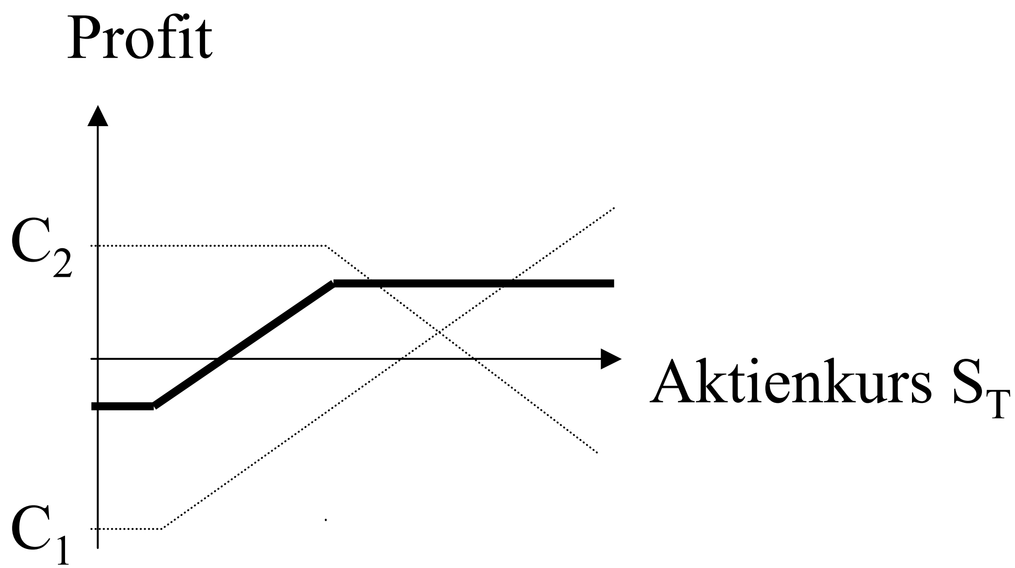
Aktienkursbereiche	**Gewinn**
$S_T \leq 40$ €	$S_T - S + 3\text{ €} - \text{Max}(0, S_T - 40\text{ €}) =$ $S_T - 38\text{ €} + 3\text{ €} = \mathbf{S_T - 35\text{ €}}$
$S_T > 40$ €	$S_T - S + 3\text{ €} - \text{Max}(0, S_T - 40\text{ €}) =$ $S_T - 38\text{ €} + 3\text{ €} - S_T + 40\text{ €} = \mathbf{5\text{ €}}$

7.5.8. Spreads

- **Spreads:**
- Kombination von mehreren Calls oder mehreren Puts miteinander
- **„Money Spreads":**
  - unterschiedliche Basispreise
  - gleiche Laufzeit
- Bullish Spread
- Bearish Spread

Spreads (2)

- Strategie: **Bullish Spread mit Calls** =
  Kaufe Call 1 und verkaufe Call 2 mit: $X_1 < X_2$ und somit $C_1 > C_2$
- Profit: $\text{Max}\,(0, S_T - X_1) - C_1 - \text{Max}\,(0, S_T - X_2) + C_2$
  - Maximaler Profit: $- X_1 - C_1 + X_2 + C_2$ Maximaler Verlust: $- C_1 + C_2$



Spreads (3)

Beispiel

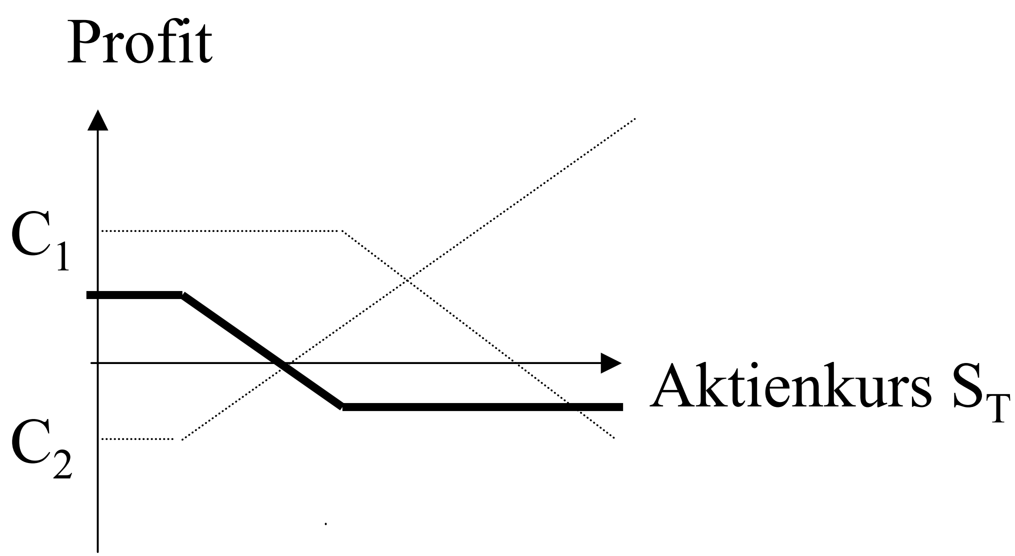
Sie erwerben einen Call 1 zu $C_1 = 5$ € mit Ausübungspreis $X_1 = 36$ € und verkaufen einen Call 2 zu $C_2 = 3$ € mit Ausübungspreis $X_2 = 40$ €.

Zum Ablaufzeitpunkt ergibt sich damit folgende Gewinnsituation:

Aktienkursbereiche	Gewinn
$S_T \leq 36$ €	Max (0, S_T – 36 €) – 5 € + 3 € – Max (0, S_T – 40 €) = – 5 € + 3 € = **– 2 €**
36 € < $S_T \leq 40$ €	S_T – 36 € – 5 € + 3 € = **S_T – 38 €**
$S_T > 40$ €	S_T – 36 € – 5 € + 3 € – S_T + 40 € = **2 €**

Spreads (4)

- Strategie: **Bearish Spread mit Calls** =
  Kaufe Call 2 und verkaufe Call 1 mit: $X_1 < X_2$ und somit $C_1 > C_2$
- Profit: Max $(0, S_T - X_2) - C_2 - \text{Max}\ (0, S_T - X_1) + C_1$
  - Maximaler Profit: $C_1 - C_2$ Maximaler Verlust: $X_1 + C_1 - X_2 - C_2$



Spreads (5)

Beispiel

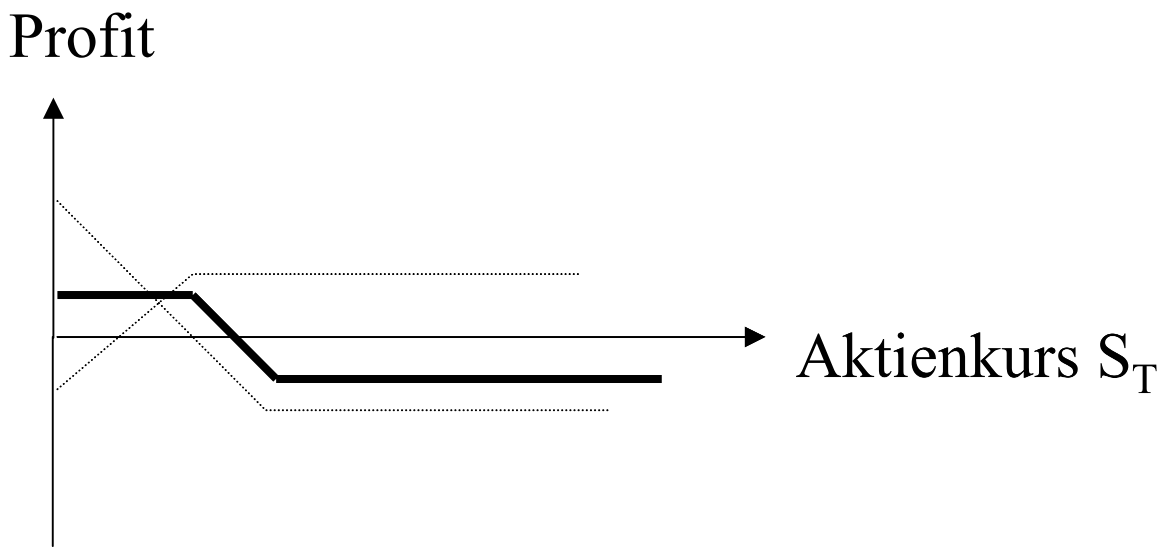
Sie verkaufen einen Call 1 zu C_1 = 5 € mit Ausübungspreis X_1 = 36 € und kaufen einen Call 2 zu C_2 = 3 € mit Ausübungspreis X_2 = 40 €.

Zum Ablaufzeitpunkt ergibt sich damit folgende Gewinnsituation:

Aktienkursbereiche	**Gewinn**
$S_T \leq 36$ €	Max (0, S_T – 40 €) – 3 € + 5 € – Max (0, S_T – 36 €) = – 3 € + 5 € = **2 €**
36 € < $S_T \leq 40$ €	– 3 € + 5 € – S_T + 36 € = **38 € – S_T**
$S_T > 40$ €	S_T – 40 € – 3 € + 5 € – S_T + 36 € = **– 2 €**

Spreads (6)

- Strategie: **Bearish Spread mit Puts** =
  Kaufe Put 2 und verkaufe Put 1 mit: $X_! < X_2$ und somit $P_1 < P_2$
- Profit: $\text{Max}\,(0, X_2 - S_T) - P_2 - \text{Max}\,(0, X_1 - S_T) + P_1$
  - Maximaler Profit: $X_2 - P_2 - X_1 + P_1$ Maximaler Verlust: $-P_2 + P_1$



Spreads (7)

Beispiel

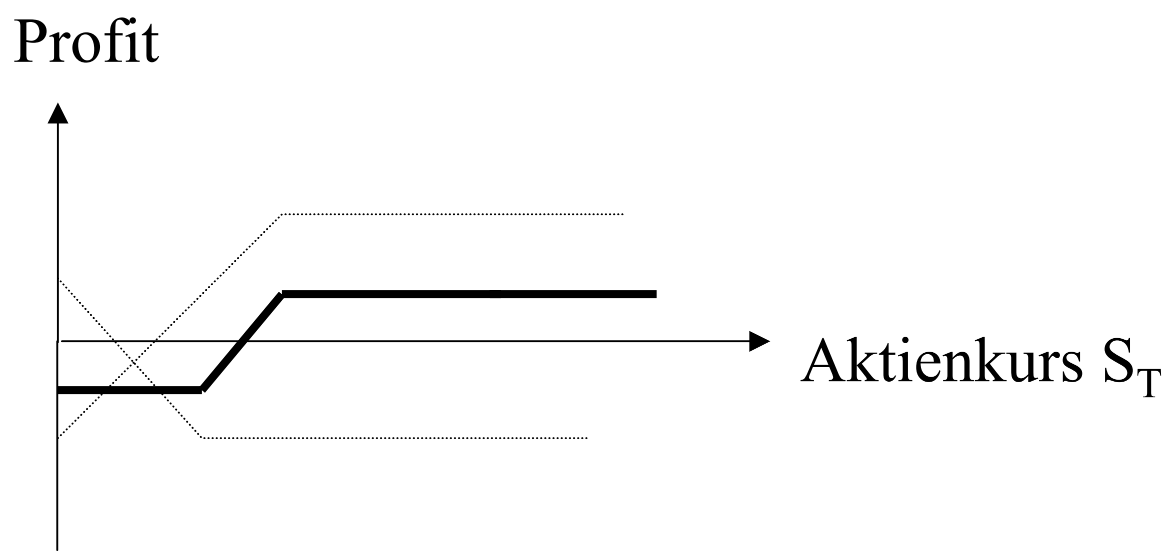
Sie verkaufen einen Put 1 zu P_1 = 3 € mit Ausübungspreis X_1 = 36 € und kaufen einen Put 2 zu P_2 = 5 € mit Ausübungspreis X_2 = 40 €.

Zum Ablaufzeitpunkt ergibt sich damit folgende Gewinnsituation:

Aktienkursbereiche	**Gewinn**
$S_T \leq 36$ €	3 € – Max (0, 36 € – S_T) + Max (0, 40 € – S_T) – 5 € = 3 € – 36 € + S_T + 40 € – S_T – 5 € = **2 €**
36 € < $S_T \leq 40$ €	3 € + 40 € – S_T – 5 € = **38 € – S_T**
$S_T > 40$ €	3 € – 5 € = **– 2 €**

Spreads (8)

- Strategie: **Bullish Spread mit Puts** =
  Kaufe Put 1 und verkaufe Put 2 mit: $X_! < X_2$ und somit $P_1 < P_2$
- Profit: $\text{Max}\,(0, X_1 - S_T) - P_1 - \text{Max}\,(0, X_2 - S_T) + P_2$
  - Maximaler Profit: $-P_1 + P_2$ Maximaler Verlust: $X_1 - P_1 - X_2 + P_2$



Spreads (9)

Beispiel

Sie kaufen einen Put 1 zu P_1 = 3 € mit Ausübungspreis X_1 = 36 € und verkaufen einen Put 2 zu P_2 = 5 € mit Ausübungspreis X_2 = 40 €.

Zum Ablaufzeitpunkt ergibt sich damit folgende Gewinnsituation:

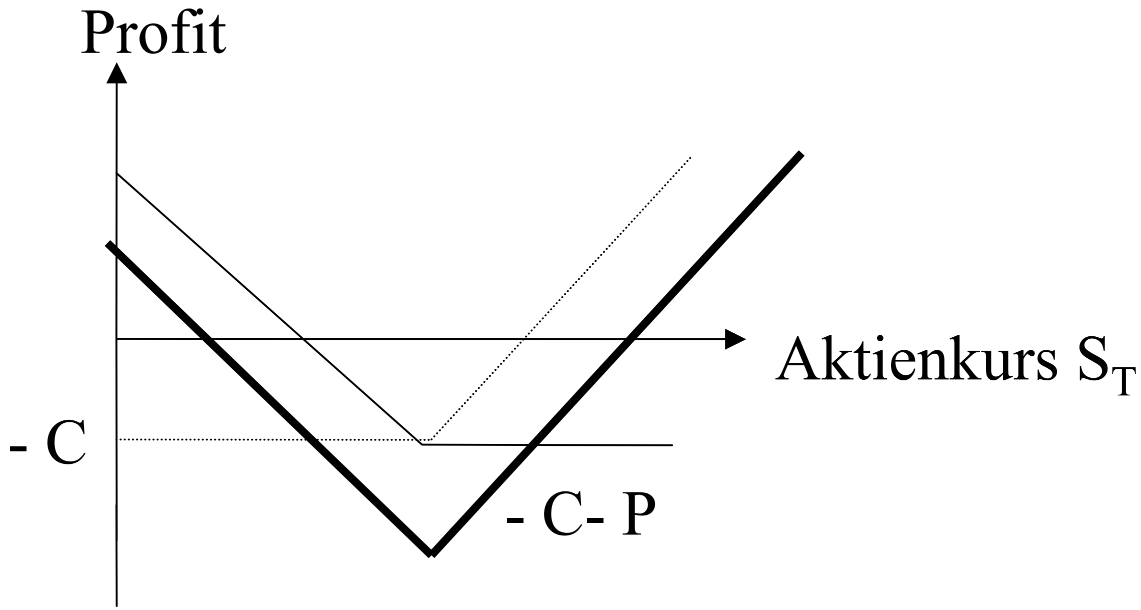
Aktienkursbereiche	Gewinn
$S_T \leq 36$ €	Max (0, 36 € – S_T) – 3 € + 5 € – Max (0, 40 € – S_T) = 36 € – S_T – 3 € + 5 € – 40 € + S_T = **– 2 €**
36 € < $S_T \leq 40$ €	– 3 € + 5 € – 40 € + S_T = **S_T – 38 €**
$S_T > 40$ €	– 3 € + 5 € = **2 €**

7.5.9. Kombinationen von Calls und Puts

- **Straddles:**
  Kombination von Call und Put (zunächst weder bullish noch bearish)
- Long Straddle
- Straps = Bullish long Straddle
- Strips = Bearish long Straddle

Kombinationen von Calls und Puts (2)

- Strategie: **Long Straddle (Bottom Straddle) =**
  Kaufe Put und kaufe Call mit selber Laufzeit und selbem X
- Profit: Max (0, S_T – X) – C + Max (0, X – S_T) – P
  - Profit, falls: $S_T > X + C + P$ oder $S_T < X - C - P$ Maximaler Verlust: – (C + P)



Kombinationen von Calls und Puts (3)

Beispiel

Sie kaufen einen Call zu C = 3 € und einen Put zu P = 5 €, beide Optionen mit Ausübungspreis X = 40 € (Long Straddle).

Zum Ablaufzeitpunkt ergibt sich damit folgende Gewinnsituation:

Aktienkursbereiche	**Gewinn**
$S_T \leq 40$ €	Max (0, S_T – 40 €) – 3 € + Max (0, 40 € – S_T) – 5 € = – 3 € + 40 € – S_T – 5 € = **32 € – S_T**
$S_T > 40$ €	S_T – 40 € – 3 € – 5 € = **S_T – 48 €**

Kombinationen von Calls und Puts (4)

Beispiel

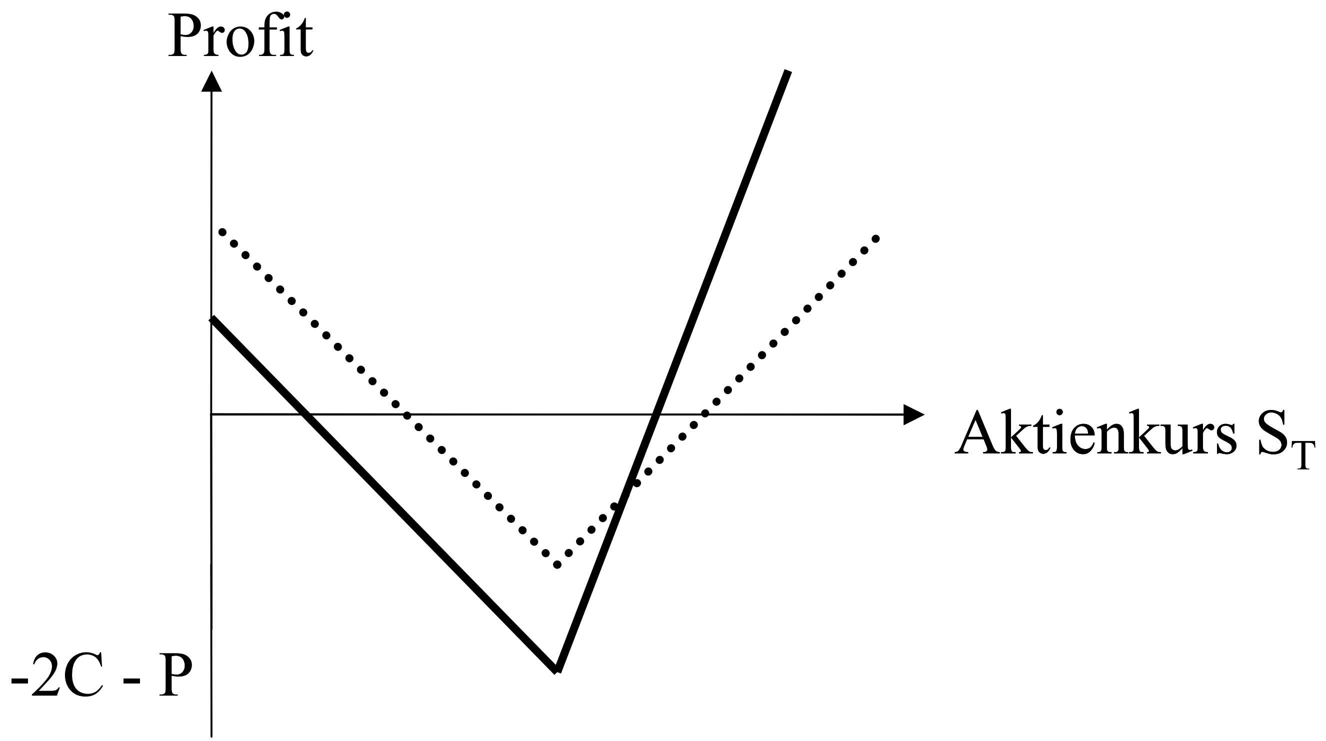
Sie verkaufen einen Call zu C = 3 € und einen Put zu P = 5 €, beide Optionen mit Ausübungspreis X = 40 € (Short Straddle).

Zum Ablaufzeitpunkt ergibt sich damit folgende Gewinnsituation:

Aktienkursbereiche	**Gewinn**
$S_T \leq 40$ €	$3\text{ €} - \text{Max}(0, S_T - 40\text{ €}) + 5\text{ €} - \text{Max}(0, 40\text{ €} - S_T) =$ $3\text{ €} + 5\text{ €} - 40\text{ €} + S_T = \mathbf{-32\text{ €} + S_T}$
$S_T > 40$ €	$3\text{ €} - S_T + 40\text{ €} + 5\text{ €} = \mathbf{48\text{ €} - S_T}$

Kombinationen von Calls und Puts (5)

- Strategie: **Straps (Bullish long Straddle) =**
  Kaufe zwei (oder mehr) Calls und kaufe einen Put



Kombinationen von Calls und Puts (6)

Beispiel

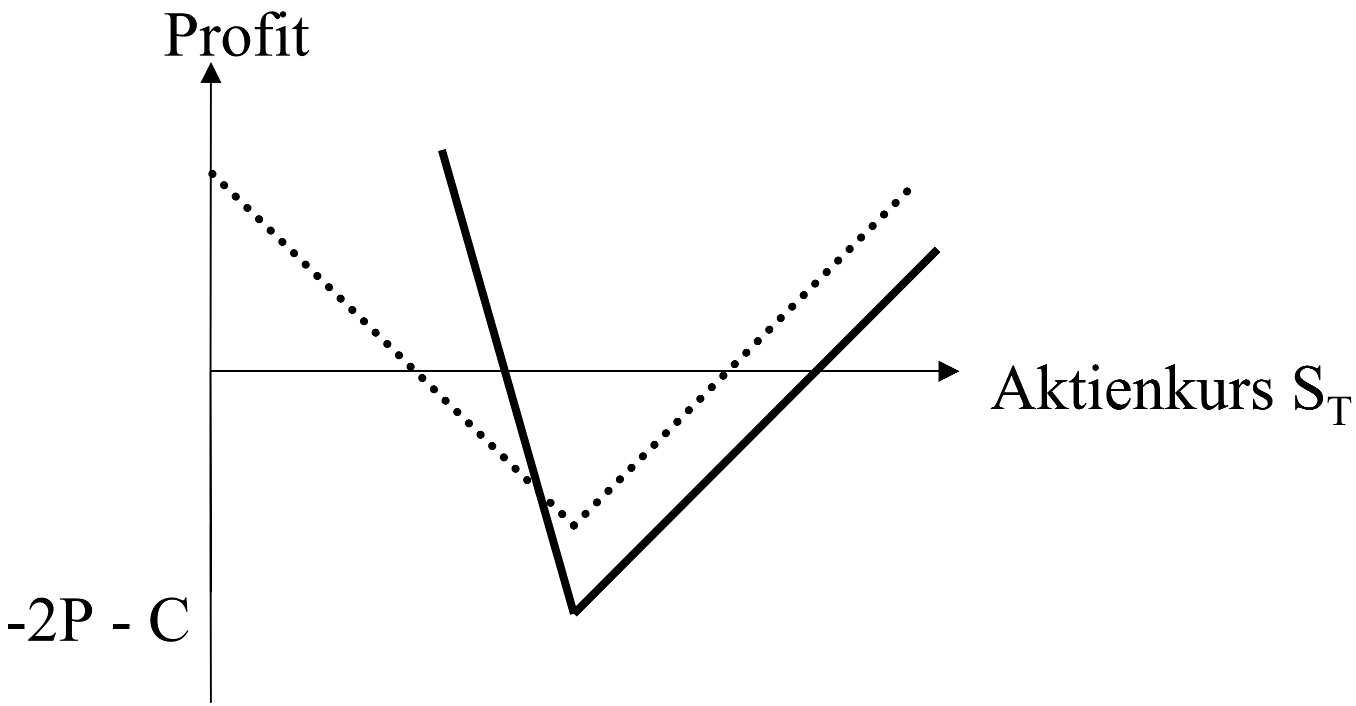
Sie kaufen zwei Calls zu je C = 3 € und einen Put zu P = 5 €, beide Optionen mit Ausübungspreis X = 40 € (Long Straddle).

Zum Ablaufzeitpunkt ergibt sich damit folgende Gewinnsituation:

Aktienkursbereiche	Gewinn
$S_T \leq 40$ €	$2 \cdot (\text{Max}\,(0, S_T - 40\text{ €}) - 3\text{ €}) + \text{Max}\,(0, 40\text{ €} - S_T) - 5\text{ €} =$ $- 6\text{ €} + 40\text{ €} - S_T - 5\text{ €} = \mathbf{29\text{ €} - S_T}$
$S_T > 40$ €	$2 \cdot S_T - 80\text{ €} - 6\text{ €} - 5\text{ €} = \mathbf{2 \cdot S_T - 91\text{ €}}$

Kombinationen von Calls und Puts (7)

- Strategie: **Strips (Bearish long Straddle) =**
  Kaufe zwei (oder mehr) Puts und kaufe einen Call



Kombinationen von Calls und Puts (8)

Beispiel

Sie kaufen einen Call zu je C = 3 € und drei Puts zu je P = 5 €, beide Optionen mit Ausübungspreis X = 40 € (Long Straddle).

Zum Ablaufzeitpunkt ergibt sich damit folgende Gewinnsituation:

Aktienkursbereiche	Gewinn
$S_T \leq 40$ €	Max (0, S_T – 40 €) – 3 € + 3 · (Max (0, 40 € – S_T) – 5 €) = – 3 € + 120 € – 3 · S_T – 15 € = **102 € – 3 · S_T**
$S_T > 40$ €	S_T – 40 € – 3 € – 15 € = **S_T – 58 €**

Übersicht Kapitel 8:

Lernziele Kapitel 8:

Nach der Bearbeitung dieses Kapitels soll der Lernende in der Lage sein,

- ✓ die Funktionsweise von Futures und Forwards zu verstehen,
- ✓ Futures und Forwards zu unterscheiden,
- ✓ die Bedeutung des Clearinghouses für Future-Kontrakte zu beurteilen,
- ✓ Hedging-Strategien mithilfe von Futures und Forwards durchzuführen,
- ✓ die Bedeutung des Hedge-Ratio verstehen,
- ✓ die Funktionsweise von Zins-Swaps und Währungs-Swaps zu verstehen.

8.1. Einführung

Definition
Forwards sind zukünftige Geschäfte, die heute bereits in Umfang und Preis fest vereinbart werden. Im Deutschen wird dafür gelegentlich auch der Begriff Warenterminkontrakt oder Termingeschäft verwendet.

Definition
Futures sind standardisierte Forwards, wobei die Struktur des Geschäfts im Prinzip unverändert bleibt, d.h. ein heute festgeschriebener zukünftig stattfindender Kauf oder Verkauf eines Gutes.

Einführung (2)

- **Forwards:**
  - Keine Standardisierung bezüglich Betrag und Fristigkeit
  - flexible Möglichkeiten zur Portfolio-Sicherung und Spekulation

- **Future Contracts:**
  - Hohe Standardisierung
  - hohe Marktfähigkeit und Sicherheit
  - Clearinghaus:
    - jeder Vertrag wird direkt mit dem Clearinghaus abgeschlossen
    - Clearinghouse sichert sich durch eine börsentägliche Abrechnung mit dem Vertragspartner über entsprechende Einlagen gegen das Ausfallrisiko ab → Margins

8.2. Preisbildung für Forwards und Futures

Preis eines Forwards bzw. eines Futures:
Abhängig von Einschätzung der Marktteilnehmer über zukünftige Preisentwicklung

Bezeichnungen:
Wert eines Forward zum Zeitpunkt t: $V_t(T)$, mit T: Gesamtlaufzeit des Kontraktes
Wert eines Futures: $v_t(T)$, Preis eines Forward: $F_t(T)$, Preis eines Future: $f_t(T)$

→ zum Zeitpunkt 0 (d.h. zum Zeitpunkt, an dem der Kontrakt abgeschlossen wird) gilt:
$V_0(T) = 0$ und $v_0(T) = 0$.
→ Preis eines Forward am Ablaufzeitpunkt: $F_t(T) = S_T$, wobei S_T den Kassapreis des Gutes am Ablaufzeitpunkt bezeichnet
→ Wert eines Forwards am Ablaufzeitpunkt: $V_T(T) = S_T - F_0(T)$
→ Wert eines Forwards zu einem Zeitpunkt t: $V_t(T) = (F_t(T) – F_0(T))\,(1+r)^{-(T-t)}$

Preisbildung für Forwards und Futures (2)

Analoge Überlegung:

Preis eines Futures am Ablaufzeitpunkt: $f_t(T) = S_T$

Wert eines Futures an einem beliebigen Zeitpunkt t: $v_t(T) = f_t(T) - f_{t-1}(T)$.

Beachte:

Dies ist der Wert vor der Glattstellung durch das Clearinghaus. Unmittelbar nach dieser Glattstellung muss der Wert eines Futures stets identisch 0 sein.

Es gilt (aufgrund von Arbitrageüberlegungen):

Vernachlässigt man das Ausfallrisiko bei Forwards und unterstellt man einen konstanten Marktzins bis zum Ablaufzeitpunkt, so müssen Preise für Forwards und Futures an jedem Zeitpunkt t übereinstimmen, d.h. $F_t(T) = f_t(T)$.

8.3. Ein Preismodell für Forwards

Forward oder Future Preis (ohne Aus- und Einzahlungen) auf einem arbitragefreien Markt: $f_t(T) = S_t \, e^{r\,(T-t)}$

Beispiel
Theoretischer Preis eines Future auf ein Barrel Rohöl mit Ablaufzeitpunkt in drei Monaten. Zinssatz: 5 %, heutiger Preis am Markt: 20 $.

$$f_0(0{,}25) = 20\, e^{0{,}05 \cdot 0{,}25} = 20{,}25\ \$$$

Forward oder Future Preis (mit Dividenden oder Zinszahlungen D):

$$f_t(T) = (S_t - D_t)\, e^{r\,(T-t)}$$

Wesentlicher Einflussfaktor auf den Preis:
Erwartungen über die zukünftige Preisentwicklung eines Gutes am Kassamarkt

8.3. Ein Preismodell für Forwards (2)

Erklärung von Praxiseffekten:

- **Future Preis:** $f_0(T) = S_0 + \theta$,
  θ (Cost of Carry) setzt sich zusammen aus: Zinsen, Lagerhaltungskosten

- Ist θ positiv ➔ **Contango Futures Markt**

- **Future Preis**, der unterhalb des Kassapreises liegt: $f_0(T) = S_0 + \theta - \chi$,
  Convenience Yield χ: Prämie, die der Besitzer eines heute knappen Gutes für den Verkauf diese Gutes erhält; speziell wenn die Erwartungen davon ausgehen, dass dieses Gut in Zukunft nicht mehr knapp sein wird.

- Gilt $f_0(T) < S_0$ ➔ **Inverser Markt** oder **Backwardation**

8.4. Hedging mit Financial Futures und Forwards

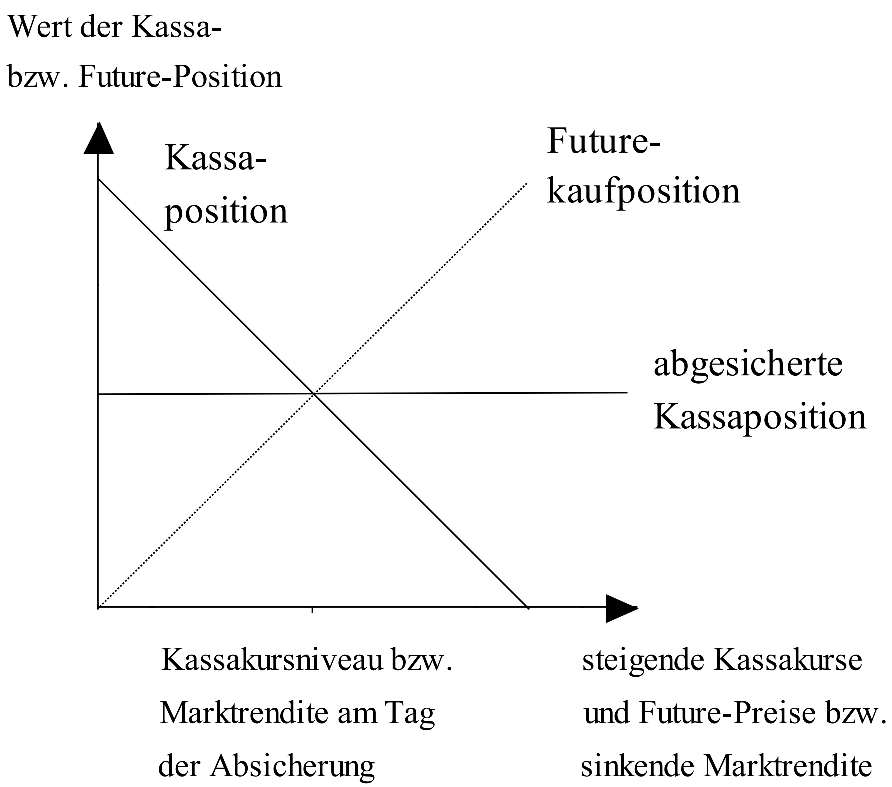
Prinzipiell können mit Future-Geschäften **zwei Hedging-Positionen** aufgebaut werden (Beispiel: Zinsfuture):

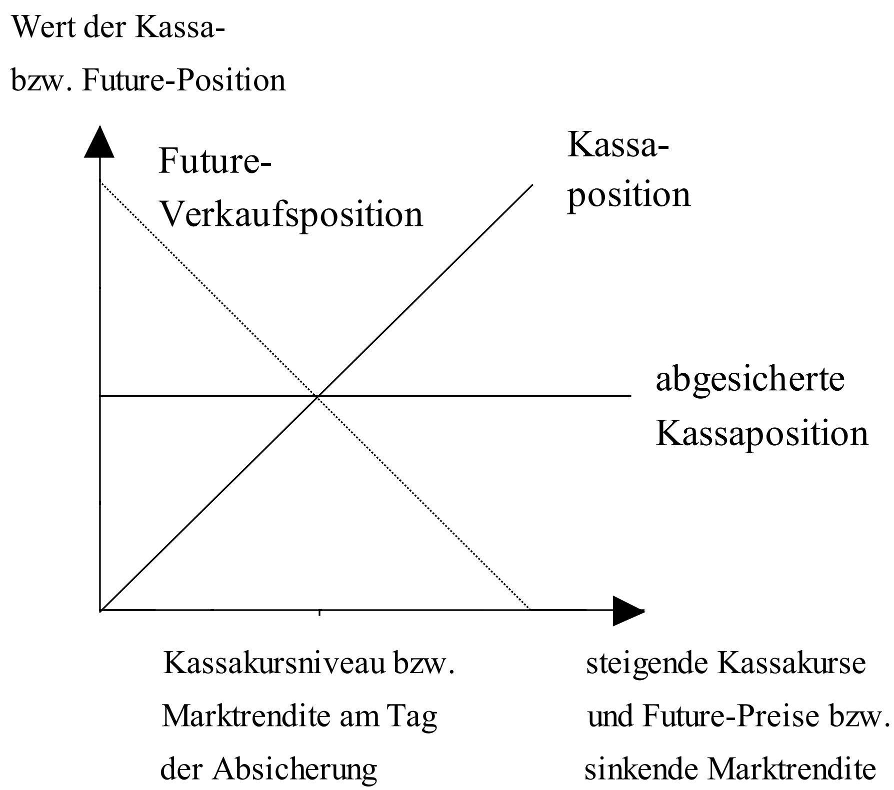
1. Unter einem **Long-Hedge** versteht man den Kauf eines Futures. Grundlage ist die Erwartung einer Zinssenkung, so dass der Future später mit Gewinn verkauft werden kann.
   Es gilt: Sinken die Zinsen → Wert des Futures steigt

2. Ein **Short-Hedge** ergibt sich durch Verkauf eines Futures. Investor geht von steigenden Zinsen aus und erhofft sich spätere Kurssenkungen. Ist dies der Fall, so kann die Short-Position zu günstigeren Konditionen glattgestellt werden.
   Es gilt: Steigen die Zinsen → Wert des Futures sinkt

Hedging mit Financial Futures und Forwards (2)

Graphische Darstellung von Long-Hedge und Short-Hedge:





Hedging mit Financial Futures und Forwards (3)

- Erwartung: sinkende Zinsen und Durationslücke kleiner Null

  → **Long-Hedge**

  - Gewinn aus dem erwarteten Kursanstieg durch Future-Kauf
  - Wertverluste aus dem Primärgeschäft:

    Zinsrückgang führt zu einem größeren Kursanstieg auf der Passiv- als auf der Aktivseite

- Erwartung: steigende Zinsen und Durationslücke größer Null

  → **Short-Hedge**

  - Short-Position kauft zu günstigen Kursen ein und verkauft mit Gewinn
  - Wertverluste aus dem Primärgeschäft:

    Zinsanstieg führt zu einem größeren Kursrückgang auf der Aktivseite als auf der Passivseite

8.5. Der optimale Hedge-Ratio

Futures dienen der Weitergabe von Preisänderungsrisiken von Gütern, Währungen oder Aktien. Unternehmen sichern sich damit einen gewissen Einkaufs- oder Verkaufspreis eines Gutes in der Zukunft.

→ **Hedging**

Frage: Welchen Teil der Güter soll man hedgen?
Welches Risiko soll bzw. kann selbst getragen werden?

→ **Hedge Ratio** (hängt vom einzelnen Unternehmen ab)

Der optimale Hedge Ratio: $h = \rho \frac{\sigma_S}{\sigma_f}$

Der optimale Hedge-Ratio (2)

Beispiel

Eine Airline will in drei Monaten 10 Mio. Liter Kerosin kaufen.

Der Kassapreis hat eine dreimonatige Standardabweichung von 0,03; der Futurespreis von 0,04.

Die Korrelation zwischen den beiden Preisen ist 0,8.

➔ Der optimale Hedge Ratio ist dann $h = 0{,}9 \cdot \frac{3}{4} = 67{,}5\ \%$.

Somit kauft das Unternehmen Kerosin Futures über 6,75 Mio. Liter mit einer Laufzeit von drei Monaten.

8.6. Financial Swaps

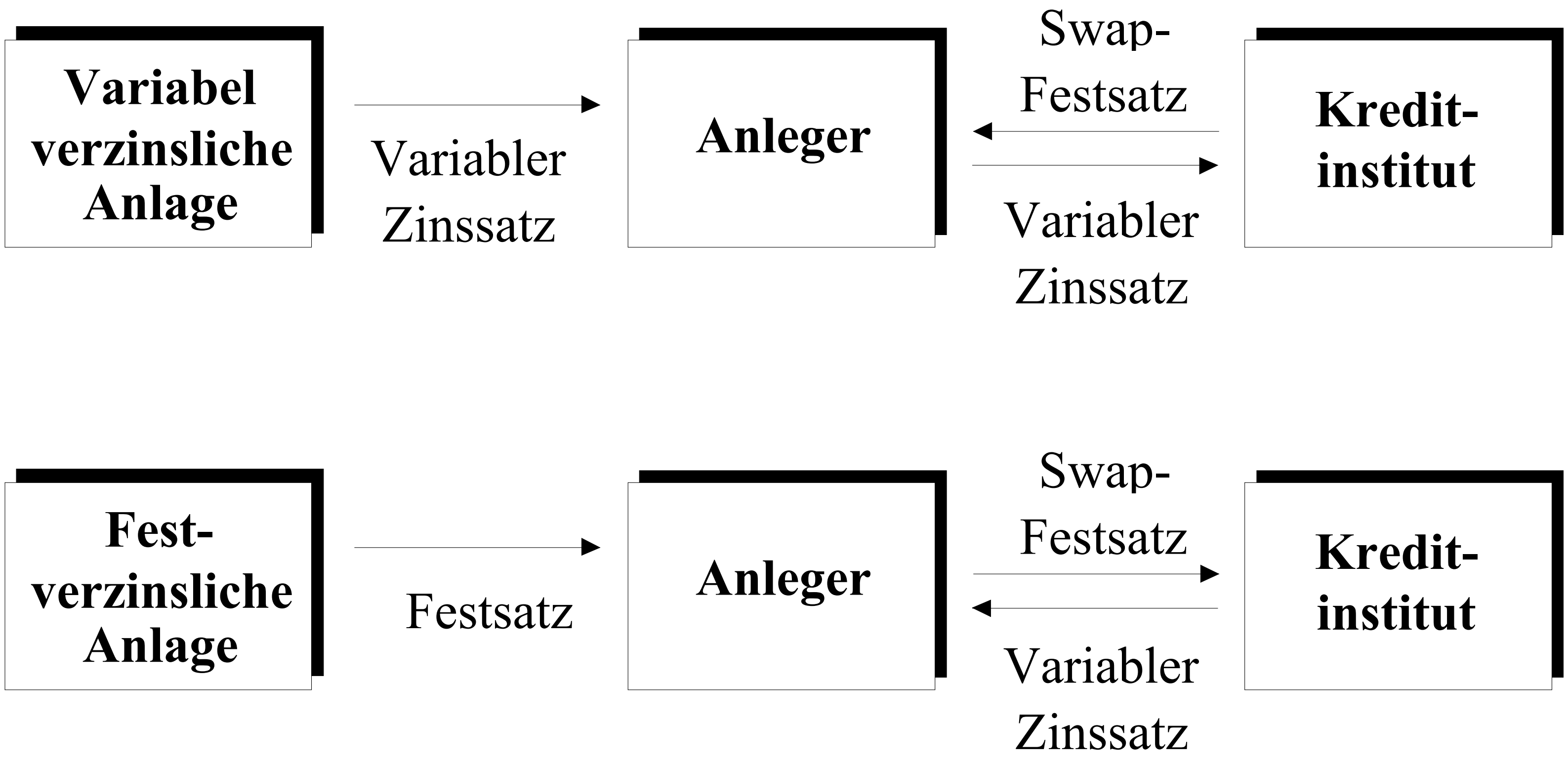
Definition

Ein **Swap** ist ein Vertrag zwischen zwei Partnern, in dem vereinbart wird, zukünftige Cash-Flows auszutauschen.

Steht beim Einsatz von Swaps die Kapitalanlage im Vordergrund so spricht man von **Asset-Swaps**. Im Gegensatz dazu ist bei **Liability-Swaps** die Aufnahme von Kapital von Bedeutung, wie dies meist bei Industrieunternehmen der Fall ist. Banken hingegen fungieren häufig als Finanzintermediäre

Financial Swaps (2)

Zinsswap: Zahlungsströme



Financial Swaps (3)

- Zinswährungsswap:
  1. Tausch der Kapitalbeträge in den zugrundeliegenden Währungen zum aktuellen Kassakurs
  2. Tausch der Zinsbeträge auf die getauschten Kapitalbeträge
  3. Rücktausch der Kapitalbeträge am Ende der Laufzeit zum ursprünglichen Wechselkurs ohne Rücksicht auf die zwischenzeitlich erfolgten Devisenkursänderungen

- Zinsdifferenzen zwischen den beiden Währungen werden über die laufenden Zahlungen ausgeglichen

  → Vergleiche Devisentermingeschäft