

Anforderungen MATHEMATIK/STATISTIK

1. Beherrschung der Grundlagen der Mengenlehre

- Nutzung verschiedener Schreibweisen für Mengen
Aufzählende Schreibweise: $M = \{a, b, c, \dots\}$
Beschreibende Schreibweise: $M = \{x \in \mathbb{Q} \mid -3 \leq x < 3\}$
- Kenntnis und Anwendung der Begriffe der Mengenrelation und Mengenoperation
Mengenrelation: Mengengleichheit $M_1 = M_2$
Teilmenge $M_1 \subseteq M_2$ bzw. echte Teilmenge $M_1 \subset M_2$
Mengenoperationen: Vereinigung $M_1 \cup M_2$; Durchschnitt $M_1 \cap M_2$; Differenz $M_1 \setminus M_2$
Potenzmenge $P(M) = \{T \mid T \subseteq M\}$

2. Rechnen im Bereich der reellen Zahlen

- Rechenoperationen unter Verwendung von Variablen
Addition und Subtraktion von Summen; Auflösen und Setzen von Klammern
 $+(a + b - c) = a + b - c$ $-(a + b - c) = -a - b + c$
Multiplikation und Division von Summen; Ausklammern eines gemeinsamen Faktors
- Anwenden von binomischen Formeln
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
Umformen von Produkt in Summe und umgekehrt
- Rechnen mit Brüchen (Quotienten)
Erweitern und Kürzen;
Addition (Subtraktion), Multiplikation und Division von Quotienten (auch Mehrfachbrüche)

3. Lösen von Gleichungen und Ungleichungen

- Äquivalentes Umformen und Lösen von linearen Gleichungen und Ungleichungen
Bestimmung der Lösungsmenge einer Ungleichung in Abhängigkeit des Grundbereichs der Variablen;
Lösen von Gleichungen und Ungleichungen mit Beträgen
- Lösen linearer Gleichungssysteme mit zwei Variablen
Anwenden von Lösungsverfahren, z.B. Additions-, Einsetzungs- oder Gleichsetzungsverfahren
- Lösen quadratischer Gleichungen
Anwenden der Lösungsformel für quadratische Gleichungen
(für die allgemeine Form $ax^2 + bx + c = 0$ oder Normalform $x^2 + px + q = 0$)
- Überprüfung der Lösung durch Einsetzen in die Ausgangsgleichung (Probe)

4. Lösen praktischer Aufgaben unter Verwendung von Proportionen; Prozentrechnung

- Aufstellen und Lösen von Verhältnisgleichungen bei direkter Proportionalität

$$\frac{a_i}{a_j} = \frac{b_i}{b_j} \quad \text{oder} \quad \frac{a_i}{b_i} = \frac{a_j}{b_j}$$

- Aufstellen und Lösen von Verhältnisgleichungen bei indirekter (umgekehrter) Proportionalität

$$\frac{a_i}{a_j} = \frac{b_j}{b_i} \quad \text{oder} \quad a_i \cdot b_i = a_j \cdot b_j$$

- Anwendung der Aussagen „Steigerung (Senkung) um x Prozent“ oder „Steigerung (Senkung) auf x Prozent“

5. Statistik

- Statistische Grundbegriffe
Bestimmen von Merkmalsträger, Grundgesamtheit, Merkmal, Merkmalswert;
Erkennen der Arten von Merkmalen: qualitativ (häufbar, nicht häufbar), quantitativ (diskret, stetig).
- Tabellarische Darstellung von Daten
Übertragen der Daten aus einer Urliste in eine Häufigkeitstabelle ohne und mit Klasseneinteilung;
Ermittlung von absoluter, relativer und kumulativer Häufigkeit;
- Berechnung und Interpretation von Lage und Streumaßen statistischer Untersuchungen
Mittelwert (arithmetisches Mittel) \bar{X} für einfache und klassifizierte Häufigkeitsverteilung;
Modellwert (Modus);
Zentralwert (Median) z ;
Spannweite (Streu- oder Variationsbreite) R ;
mittlere Abweichung vom Zentralwert z bei einer Stichprobe vom Umfang n .
- Grafische Darstellung von Daten mittels Diagrammen
Arten und Einsatzkriterien von Diagrammen (Säulen-, Balken-, Strecken-, Kreisdiagramm, Histogramm).
- Zweidimensionale Häufigkeitsverteilungen
Tabellarische Darstellung von zwei Merkmalen X und Y in zweidimensionalen Tabellen;
Grafische Darstellung von zwei Merkmalen X und Y (zum Beispiel Punktdiagramm);
Aussagen (Vermutungen) über den Zusammenhang von zwei Merkmalen X und Y an Hand der grafischen Darstellung.
- Interpretation und Manipulation
Ableitung von Aussagen aus Tabellen, Diagrammen und statistischer Berechnungen;
Bewertung von statistischen Aussagen und der Darstellungsform statistischer Daten;
Formen der Manipulation: möglicher Einfluss der Datenerhebung, Achswahl in Diagrammen und Wahl der Proportionen in grafischen Darstellungen.

6. Wahrscheinlichkeitsrechnung

- Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung
Richtige Verwendung und Bestimmung der Grundbegriffe:
Zufälliges Ereignis ω_i , Ergebnisraum (Ergebnismenge) Ω , Ereignisraum (Ereignis) E .

- Klassische Wahrscheinlichkeit $P(E)$
Anwendung der Definition der klassischen Wahrscheinlichkeit;
Kenntnis und Anwendung der Regeln für das Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten:
Additionssatz für zwei Ereignisse $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$.
- Wahrscheinlichkeit mehrstufiger Ereignisse
Darstellung mehrstufiger Ereignisse mittels Baumdiagramm;
Berechnung der Wahrscheinlichkeit unter Anwendung der Pfadregel (Produktregel) und Summenregel.

6. Kombinatorik

- Permutation, Variation und Kombination
Kenntnis vom Begriff der Permutation, Variation und Kombination jeweils ohne und mit Wiederholung;
Berechnung der Anzahl von Permutationen, Variationen oder Kombination von n Elementen ohne und mit Wiederholung unter Verwendung von Tafelwerk und Taschenrechner.

Literatur und Links zur Wiederholung und Vorbereitung des Eignungsprüfung

1. Grabnitzki, Dieter; Schwarz, Holger: Mathematik, Fachoberschule Sozial und Gesundheitswesen. Troisdorf: Bildungsverlag EINS, 2. Auflage, korrigierter Nachdruck, 2005; dt.; 423 S.; graph. Darst.; ISBN 3-427-04857-8
2. Walz, Guido; Zeilfelder, Frank; Rießinger, Thomas: Brückenkurs Mathematik : für Studieneinsteiger aller Disziplinen. Heidelberg ; München : Elsevier, Spektrum Akad. Verl., 2005; 1. Aufl.; dt.; VIII, 353 S. : graph. Darst.; ISBN 3-8274-1610-8
3. Bourier, Günther: Beschreibende Statistik: praxisorientierte Einführung; mit Aufgaben und Lösungen Wiesbaden: Gabler, 2008; 7., überarb. Auflage; XI, 277 S.; graph. Darst.; ISBN 978-3-8349-0813-1

Links zur Wiederholung und Vorbereitung der Prüfung

1. Schülerlexikon Mathematik
<http://www.schuelerlexikon.de/SID/2f8160147ed1c58700a19178b693bba4/lexika/masek2/index.htm>
2. Mathematik online
<http://www.mathe-online.at/ressourcen/uebersicht.html>
insbesondere Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik 1:
<http://www.mathe-online.at/ressourcen/?s=wstat1>
3. Mathematisches Lexikon
<http://www.mathe-online.at/mathint/lexikon/>

Organisatorische Hinweise:

- Als Hilfsmittel ist ein nichtprogrammierbarer Taschenrechner und eine Formelsammlung (wird zur Verfügung gestellte) erlaubt.
- Als Arbeitsmittel werden benötigt Bleistift, Lineal, Zirkel, Winkelmesser.
- Zeit.: 120 Minuten

n	Sprechweise / Bedeutung
	Mengen
	Menge mit den Elementen a und b
	leere Menge
	Menge aller x, für die gilt: ...
	Durchschnittsmenge von A und B
	Vereinigungsmenge von A und B
	Differenzmenge von A und B
	Menge der natürlichen Zahlen
	Menge der ganzen Zahlen
	Menge der gebrochenen Zahlen
	Menge der rationalen Zahlen
	Menge der reellen Zahlen
p(E)	Wahrscheinlichkeit von Ereignis E

	Logarithmen
d	$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$
ponent	$a \in \mathbb{R}, a > 0, a \neq 1$ a...Basis $b \in \mathbb{R}, b > 0$ b...Numerus
	$\log_a 1 = 0$ $\log_a a = 1$
	$\log_a(u \cdot v) = \log_a u + \log_a v$ mit $u, v \in \mathbb{R}$ und $u, v > 0$
	$\log_a \frac{u}{v} = \log_a u - \log_a v$
	$\log_a u^r = r \cdot \log_a u$ $r \in \mathbb{R}$
	$\log_a \sqrt[n]{u} = \frac{1}{n} \log_a u$ $n \in \mathbb{N}$



Quadratische Gleichungen			
	allgemeine Form	Normalform	
Gleichung	$ax^2 + bx + c = 0$	$x^2 + px + q = 0$	$a, b, c, p, q \in \mathbb{R};$ $a \neq 0$ a, b, c, p, q sind Konstanten
Lösungen	$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$	
Diskriminante	$D = b^2 - 4ac$	$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$	
Lösung in \mathbb{R}		$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1; x_2\}$ $D = 0 \Rightarrow L = \{x_1\} = \{x_2\}$ $D < 0 \Rightarrow L = \emptyset$	

Statistik	
Lage- und Streumaße	
Modalwert (Modus)	Häufigster Wert unter den Ergebnissen einer Stichprobe
Mittelwert (arithmetisches Mittel) \bar{x}	$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
Zentralwert (Median) z	n ist ungerade: $z = x_{\frac{n+1}{2}}$ n ist gerade: $z = \frac{1}{2}(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1})$
Spannweite (Streu- oder Variationsbreite) R	$R = x_{\max} - x_{\min}$
Mittlere Abweichung vom Zentralwert z bei einer Stichprobe vom Umfang n	$\frac{1}{n}(x_1 - z + x_2 - z + \dots + x_n - z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - z $



Kombinatorik

Binomialkoeffizienten

$$\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots[n-(k-1)]}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Permutation	Jede mögliche Anordnung von n Elementen, in der alle Elemente verwendet werden
Anzahl von Permutationen	
ohne Wiederholung	von n verschiedenen Elementen $P_n = n!$
mit Wiederholung	von n Elementen mit k Klassen von untereinander gleichen Elementen. Die Klassen enthalten n_1, n_2, \dots, n_k Elemente. $\overline{P}_n = \frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_k!}$
Variationen	Jede mögliche Anordnung (mit Berücksichtigung der Reihenfolge) aus je k von n Elementen
Anzahl von Variationen k-ter Klasse	
von n verschiedenen Elementen <u>ohne</u> Wiederholung	$V_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$
von n verschiedenen Elementen <u>mit</u> Wiederholung	$\overline{V}_n^k = n^k$
Kombinationen	Jede mögliche Anordnung (ohne Berücksichtigung der Reihenfolge) aus je k von n Elementen
Anzahl von Kombinationen k-ter Klasse	
von n verschiedenen Elementen <u>ohne</u> Wiederholung	$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} = \binom{n}{k}$
von n verschiedenen Elementen <u>mit</u> Wiederholung	$\overline{C}_n^k = \binom{n+k-1}{k}$



Name: _____

Prüfungsnummer: _____

Hinweise:

- Tragen Sie Ihren Namen und Ihre Prüfungsnummer ein und schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Prüfungsnummer auf alle Lösungsblätter und mögliche Konzeptseiten.
- Als Hilfsmittel sind ein nichtprogrammierbarer Taschenrechner und die zur Verfügung gestellte Formelsammlung erlaubt.
- Als Arbeitsmittel werden benötigt: Bleistift, Lineal, Zirkel, Winkelmesser.
- Geben Sie das Aufgabenblatt, die Blätter mit den Lösungen und Konzeptseiten nach Beendigung der Arbeit ab.
- Zeit: 120 Minuten

(Musterklausur)

Aufgabe 1

Gegeben sind die Mengen $A = \{ a, 1, b, 2 \}$ und $B = \{ 3, e, 1, c, a, 5 \}$.

1.1 Bestimmen Sie $B \cup A$, $B \cap A$, $A \setminus B$ und $B \setminus A$.

1.2 Bestimmen Sie die Anzahl aller Teilmengen von Menge A.

Aufgabe 2

Gegeben ist der Term $\frac{\frac{x-y}{y} - \frac{x-y}{x}}{\frac{1}{y} - \frac{1}{x}}$ mit $x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

2.1 Formen Sie um und vereinfachen Sie den Term.

2.2 Berechnen Sie den Term für $x = \frac{5}{12}$ und $y = \frac{2}{5}$.

3. Aufgabe

Bei einem Aufnahmetest wurden maximal 39 Punkte vergeben.

Von den Teilnehmern eines Aufnahmetests wurden folgende Daten erhoben:

Teilnehmer	Geschlecht	Punktzahl	Teilnehmer	Geschlecht	Punktzahl
1	w	36	14	m	23
2	m	28	15	w	8
3	m	30	16	m	37
4	w	39	17	m	23
5	m	32	18	m	33
6	w	26	19	w	33
7	w	18	20	w	39
8	w	29	21	m	23
9	m	12	22	w	25
10	w	35	23	w	29
11	w	28	24	m	23
12	m	10	25	m	15
13	m	26			

3.1 Bestimmen Sie die Merkmalsträger, die Merkmale, die Art der Merkmale und die Merkmalswerte dieser Datenerhebung.

3.2 Bestimmen Sie für die Punktezahle das arithmetische Mittel, den Modalwert (Modus), den Zentralwert (Median) und die Spannweite.

3.3 In der folgenden Tabelle sind die Punktklassen für die Bewertung mit den Noten „Sehr gut“ bis „Ungenügend“ angegeben:

Punktzahl	39	38 bis 31	30 bis 24	23 bis 20	unter 20
Note	Sehr gut	Gut	Befriedigend	Genügend	Ungenügend

3.4 Führen Sie für die Punktzahl der Datenerhebung eine Klassifizierung entsprechend der Notenskala durch und bestimmen Sie für die Punkteklassen die absoluten und relativen Häufigkeiten und das arithmetische Mittel nach der Klassenbildung.

3.4 Stellen Sie die absoluten Häufigkeiten der Punkteklassen in einem Säulendiagramm dar.

3.5 Quantifizieren Sie die Punktklassen, indem Sie die Notenprädikate durch die üblichen Noten 1 bis 5 ersetzen und berechnen Sie die Durchschnittsnote.

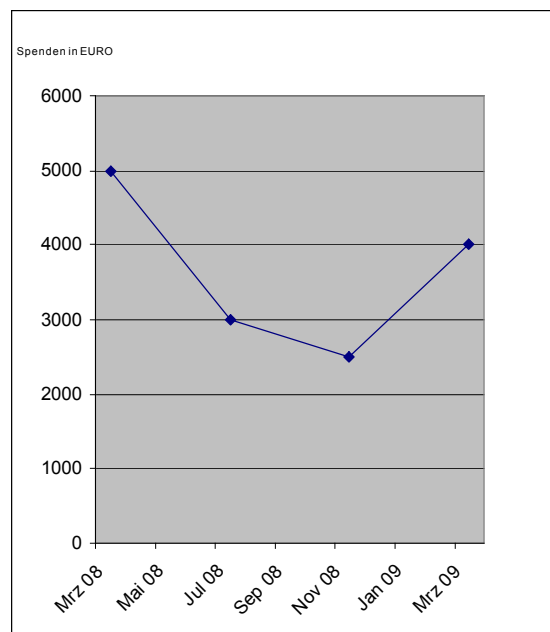
3.6 Fertigen Sie eine zweidimensionale Tabelle an, die sich ergibt, wenn die Note und das Geschlecht gleichzeitig wiedergegeben werden sollen.

Aufgabe 4

Für die Arbeit mit Jugendlichen, die in ihrer Entwicklung gefährdet sind, ist ein gemeinnütziger Verein auf Spenden von Sponsoren angewiesen. Vor einem Jahr gingen die Spendeneinnahmen auf das Spendenkonto auf Grund des Wegfalls zweier Sponsoren stark zurück. Durch gezielte Neuwerbung von neuen Sponsoren und einer verbesserten Öffentlichkeitsarbeit des Vereins stiegen die Spendeneinnahmen wieder an.

Überprüfen Sie anhand der Grafik, ob die folgenden Aussagen richtig sind. Begründen Sie.

- (1) Zwischen März und November des vergangenen Jahres gingen die Spendeneinnahmen des Vereins um 50% zurück, aber von November bis März stiegen sie um 60% wieder an.
- (2) Von März bis November des vergangenen Jahres war ein Rückgang der Sponsorengelder von 50% zu verzeichnen. In den folgenden vier Monaten jedoch konnte dieser Rückgang durch einen Anstieg von 60% deutlich wieder ausgeglichen werden.



Aufgabe 5

Eine empirisch festgestellte Geburtswahrscheinlichkeit für Mädchen sei 0,6 und für Jungen 0,4. Mädchen- und Jungengeburten seien unabhängig voneinander. Wie groß ist unter diesen Voraussetzungen die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Familie mit zwei Kindern

- a) beide Kinder Mädchen sind?
- b) beide Kinder keine Mädchen sind?
- c) die Kinder ein Junge und ein Mädchen sind?
- d) Was ist wahrscheinlicher: Das erste Kind ist ein Mädchen und das zweite ein Junge oder umgekehrt? Begründen Sie.

Zeichnen Sie ein Baumdiagramm!



Lösungen

Aufgabe 1.1

$$B \cup A = \{a, b, c, e, 1, 2, 3, 5\}$$

$$B \cap A = \{a, 1\}$$

$$A \setminus B = \{b, 2\}$$

$$B \setminus A = \{3, e, c, 5\}$$

Aufgabe 1.2

Die Anzahl aller Teilmengen von Menge A ist 16.

Aufgabe 2.1 $x - y$

Aufgabe 2.2 $\frac{1}{60}$

Aufgabe 3.1

Merkmalsträger	Merkmale		Merkmalswerte
	quantitativ, diskret	qualitativ,	
Teilnehmer des Aufnahmetests		Geschlecht	m, w
	Punktzahl		8; 10; 12; 15; 18; 23; 25; 26; 28; 29; 30; 32; 33; 35; 36; 37; 39

Aufgabe 3.2

Modalwert = 23 Punkte

Mittelwert $\bar{x} = 26,4$ Punkte

Median $z = 28$ Punkte

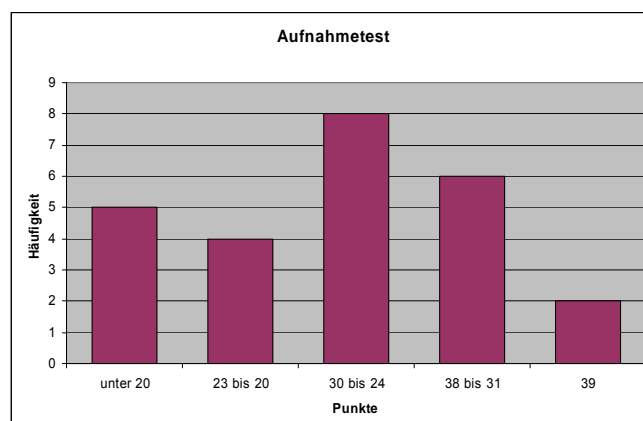
Spannweite $R = 31$ Punkte

Aufgabe 3.3

Punkte	Häufigkeit		Klassenmitte	Note
	abs.	rel.		
unter 20	5	0,2	12,60	5
23 bis 20	4	0,16	23,00	4
30 bis 24	8	0,32	27,63	3
38 bis 31	6	0,24	34,33	2
39	2	0,08	39,00	1

Mittelwert (nach Klassenbildung) : 27,31 Punkte

Aufgabe 3.4



Aufgabe 3.5 Durchschnittsnote 3,16

Aufgabe 3.6

Note	Geschlecht		
	w	m	
1	2	0	2
2	3	3	6
3	5	3	8
4	0	4	4
5	2	3	5
	12	13	25

Aufgabe 4

Aussage (1) ist richtig.

Verlust: $6000 \text{ €} - 3000 \text{ €} = 3000 \text{ €}$

3000 € entsprechen 50% von 6000€.

Gewinn: $4800 \text{ €} - 3000 \text{ €} = 1800 \text{ €}$

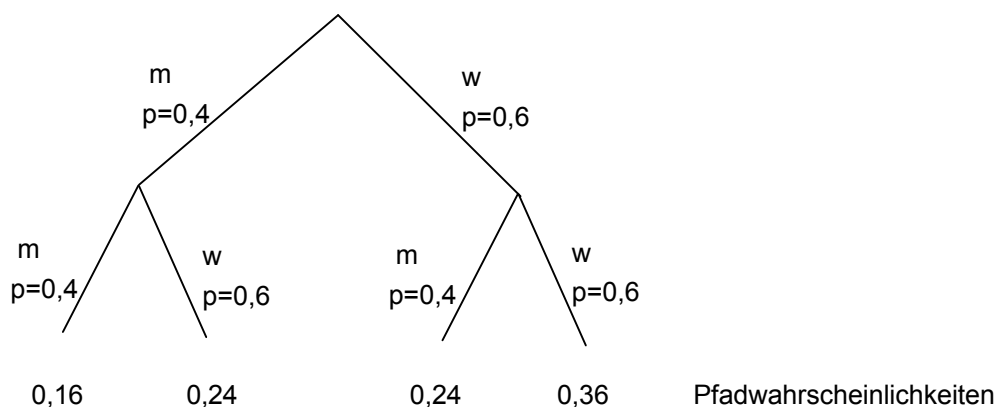
1800 € entsprechen 60% von 3000€.

Aussage (2) ist falsch.

Differenz von Gewinn und Verlust: -1200 €

Der Gewinn ist kleiner als Verlust, damit wird Verlust nicht ausgeglichen.

Aufgabe 5



a) $P(\text{„beide Kinder sind Mädchen“}) = 0,36$

b) $P(\text{„beide Kinder sind keine Mädchen“}) = 0,16$

c) $P(\text{„Kinder sind ein Mädchen und ein Junge“}) = 0,48$

d) $P(\text{„erste Kind ist ein Mädchen, zweites Kind ist ein Junge“}) = 0,24$ und

$P(\text{„erste Kind ist ein Junge, zweites Kind ist ein Mädchen“}) = 0,24$.

Das heißt, beide Ereignisse sind gleich wahrscheinlich.