

# Mathematik

## Algebra

### Kenntnistest

Im Folgenden finden Sie einen Test mit 17 Aufgaben im MC-Format. Es ist jeweils nur **eine** der angegebenen Antwortalternativen richtig. Ihre Eingaben werden nach Bearbeiten des gesamten Tests bewertet.

Navigation am unteren Bildrand

- ▶ weiter zur nächsten Aufgabe
- ◀ eine Aufgabe zurück
- Dokument schließen

Um zu beginnen, klicken Sie auf 'Test starten'.

1. Vereinfachen Sie den Ausdruck

$$-2\{-3[a + 2b] - 4[-a + 2b]\} + 3(a - b)$$

A  $-a - 25b$

B  $-a + 25b$

C  $a - 25b$

D  $a + 25b$

E Nichts davon

2. Schreiben Sie folgenden Ausdruck ohne Klammern:

$$-(3a + 5b)(3a + 4b)$$

A  $9a^2 - 3ab + 20b^2$

B  $9a^2 + 20b^2$

C  $-9a^2 - 27ab - 20b^2$

D  $-9a^2 - 3ab - 20b^2$

E  $-9a^2 - 20b^2$

F Nichts davon.

3. Für welche Werte von  $t \in \mathbb{R}$  besitzt folgende quadratische Gleichung genau eine Lösung?

$$x^2 - (2t - 4)x + 1 = 0$$

- A  $t_1 = 1, t_2 = 3$
- B  $t_{1,2} = \pm 1$
- C  $t_1 = 1$
- D  $t_1 = 0$
- E Nichts davon.

4. Lösen Sie die folgende Gleichung durch eine geeignete Substitution.

$$2\frac{x-1}{x+1} + 2\frac{x+1}{x-1} = 5 \text{ mit } x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$$

- A  $x_1 = 0, x_2 = 1$
- B  $x_1 = 3, x_2 = -4$
- C  $x_1 = -3, x_2 = 4$
- D  $x_1 = -3, x_2 = 3$
- E  $x_1 = -4, x_2 = -3$
- F Nichts davon.

5. Vereinfachen Sie den Ausdruck

$$(3u - 4v)^2 - (3u + 4v)^2$$

A  $9u^2 + 16v^2$

B  $9u^2 - 16v^2$

C  $(4u - 3v)^2$

D  $(4u + 3v)^2$

E  $48uv$

F  $-48uv$

6. Faktorisieren Sie folgenden Ausdruck

$$4a^2x^2 - 12abxy + 9b^2y^2$$

- A  $(2x - 3by)^2$
- B  $(2ax + 3by)(2ax - 3by)$
- C  $(2ax + 3by)^2$
- D  $(2ax - 3by)^2$
- E  $(2ax - 3b^2y)^2$
- F Geht nicht.

7. Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung

$$4x + 6 > 5x - 8$$

- A  $x < -14$
- B  $x > 14$
- C  $x < 14$
- D  $x > -14$
- E Nichts davon.

8. Welche der untenstehenden Lösungsmöglichkeiten ist äquivalent zu  $x \in (-20; 8]$ ?

A  $-20 > x \geq 8$

B  $-20 < x < 8$

C  $-20 < x \leq 8$

D Intervall existiert nicht.

E Nichts davon.

9. Welche der untenstehenden Lösungsmöglichkeiten ist äquivalent zu  $a < b$ ?

A  $|a| < |b|$

B  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

C  $\frac{1}{|a|} < \frac{1}{|b|}$

D  $|a| > |b|$

E  $-b < -a$

F Anderer Wert.

10. Bestimmen Sie die Lösungen folgender Betragsgleichung

$$|x + 2| = 4$$

- A  $x_1 = 2$
- B  $x_1 = -6$
- C  $x_1 = 6, x_2 = -2$
- D  $x_1 = -6, x_2 = 2$
- E Anderer Wert.

11. Bestimmen Sie die Lösungen folgender Betragsgleichung

$$-6 - |x - 3| = 4$$

- A  $x_1 = -7, x_2 = 13$
- B  $x_1 = 7, x_2 = -13$
- C  $x_1 = 7, x_2 = 13$
- D  $x_1 = -7, x_2 = -13$
- E Geht nicht.

12. Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck, so dass nur positive Hochzahlen vorkommen.

$$\left( \frac{x^2 y^{-1} z^3}{ab^{-2}} \right) : \left( \frac{xyz^{-3}}{a^{-2}b} \right)$$

A  $\frac{b^3 x z^6}{a^3 y^2}$

B  $\frac{abx^3}{yz}$

C  $\frac{ax}{y^2 zb}$

D  $\frac{bx^2}{ayz^2}$

E  $\frac{abx^3}{y}$

F Nichts davon.

13. Fassen Sie zu einem Term zusammen.

$$\frac{1}{2} \log c^{2m+1} - (m+1) \log \sqrt[3]{c^2}$$

A  $\log(m+1)c^{\frac{1}{6}}$

B  $\log \frac{1}{3}c^m$

C  $\log c^{m-2}$

D  $\frac{\log c^m}{\log c^{\frac{1}{6}}}$

E  $\log c^{\frac{1}{3}m - \frac{1}{6}}$

F Andere Lösung.

14. Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Gleichung

$$2 - e^{-2x} = e^{2x}$$

- A  $x_{1,2} = \pm 1$
- B  $x_1 = 0, x_2 = 1$
- C  $x_{1,2} = 0$
- D  $x_1 = 0, x_2 = -1$
- E  $x_{1,2} = 1$
- F Anderes Ergebnis.

15. Für welche  $x \in \mathbb{R}$  liegt das Schaubild der Funktion  $f(x) = 4x^2 - 4x - 24$  unterhalb oder auf der  $x$ -Achse?

- A  $x \in [-3; 2]$
- B  $x \in [-2; 3]$
- C  $x \in [-2; 3]$
- D  $x \in (-3; 2]$
- E  $x \in (-2; 3]$
- F Nichts davon.

16. Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich der Funktion

$$f(x) = \ln \frac{2x}{x+1}$$

- A  $\mathbb{D} = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$
- B  $\mathbb{D} = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1 \text{ oder } x < 0\}$
- C  $\mathbb{D} = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 0\}$
- D  $\mathbb{D} = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ oder } x > 0\}$
- E Nichts davon.

17. Berechnen Sie die folgende Summe

$$S = \sum_{n=0}^3 \frac{(-1)^{n+1}}{(n+2)^2} \cos[(n+1)\pi]$$

A  $S = \frac{1669}{3600}$

B  $S = \frac{19}{36}$

C  $S = 1$

D  $S = 0$

E Nichts davon.

Klicken Sie bitte zur Bewertung Ihrer Antworten auf 'Test beenden'.

Sie haben  Aufgaben richtig gelöst.

Nicht beantwortete Aufgaben wurden dabei als 'falsch' bewertet.

Sie können nun zu den einzelnen Aufgaben zurückverzweigen und Musterlösungen aufrufen.

Klicken Sie auf den folgenden Button.

Die Lösungen sind nur dann frei geschaltet, wenn Sie den Test vollständig bearbeitet haben.

Die jeweils richtige Lösung ist mit ✓ markiert. Anklicken ruft dann die zugehörige Musterlösung auf.

Ein Link ◀ in der Musterlösung bringt Sie wieder zur Aufgabe zurück.

So können Sie bequem zwischen Aufgaben und ihren Lösungen hin- und herspringen.

## Lösungen der Aufgaben

### Lösung zu Aufgabe 1:

Auflösen der Klammern 'von innen nach außen' liefert:

$$-2\{-3[a + 2b] - 4[-a + 2b]\} + 3(a - b) = -2\{-3a - 6b + 4a - 8b\} + 3a - 3b$$

Zusammenfassen ergibt dann

$$6a + 12b - 8a + 16b + 3a - 3b = a + 25b$$

zurück zur Aufgabe ◀

**Lösung zu Aufgabe 2:**

Ausmultiplizieren liefert:

$$\begin{aligned} -(3a + 5b)(3a + 4b) &= -[9a^2 + 12ab + 15ab + 20b^2] \\ &= -[9a^2 + 27ab + 20b^2] \\ &= -9a^2 - 27ab - 20b^2 \end{aligned}$$

[zurück zur Aufgabe](#) ◀

**Lösung zu Aufgabe 3:**

Die Mitternachtsformel liefert:

$$\begin{aligned}x^2 - (2t - 4)x + 1 &= 0 \\ \Rightarrow x_{1,2} &= \frac{2t - 4 \pm \sqrt{(2t - 4)^2 - 4}}{2} \\ &= \frac{2t - 4 \pm \sqrt{4t^2 - 16t + 16 - 4}}{2} \\ &= \frac{2t - 4 \pm \sqrt{4t^2 - 16t + 12}}{2}\end{aligned}$$

Genau eine Lösung erhält man, wenn die Diskriminante  $D = 4t^2 - 16t + 12$  Null ergibt:

$$\begin{aligned}4t^2 - 16t + 12 &= 0 \\ \Rightarrow t_{1,2} &= \frac{16 \pm \sqrt{256 - 192}}{8} \\ &= \frac{16 \pm 8}{8} = 2 \pm 1 \\ \Rightarrow t_1 &= 1, t_2 = 3\end{aligned}$$

zurück zur Aufgabe ◀

**Lösung zu Aufgabe 4:**

Die geeignete Substitution ist:  $z = \frac{x-1}{x+1}$

$$2z + 2\frac{1}{z} = 5$$

$$2z^2 + 2 = 5z$$

$$2z^2 - 5z + 2 = 0$$

$$z_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4}$$

Die Lösungen sind

$$z_1 = 2, \quad z_2 = \frac{1}{2}$$

Rücksubstitution liefert:

$$\frac{x-1}{x+1} = 2 \Rightarrow x_1 = -3$$

$$\frac{x-1}{x+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow x_2 = 3$$

zurück zur Aufgabe ◀

**Lösung zu Aufgabe 5:**

Anwenden der binomischen Formeln liefert:

$$\begin{aligned}(3u - 4v)^2 - (3u + 4v)^2 &= 9u^2 - 24uv + 16v^2 - (9u^2 + 24uv + 16v^2) \\ &= -48uv\end{aligned}$$

zurück zur Aufgabe ◀

**Lösung zu Aufgabe 6:**

Mit Hilfe der 2. binomischen Formel folgt:

$$(2ax - 3by)^2 = 4a^2x^2 - 12abxy + 9b^2y^2$$

zurück zur Aufgabe ◀

**Lösung zu Aufgabe 7:**

Es ist

$$4x + 6 > 5x - 8 \Leftrightarrow 14 > x$$

oder

$$x < 14$$

oder

$$\mathbb{L} = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 14\} \text{ oder } x \in (-\infty; 14)$$

[zurück zur Aufgabe](#) ◀

**Lösung zu Aufgabe 8:**

Per Definition gilt:

$$x \in (-20; 8] \Leftrightarrow -20 < x \leq 8$$

[zurück zur Aufgabe](#) ◀

**Lösung zu Aufgabe 9:**

Multiplikation der Ungleichung mit  $(-1)$  ergibt

$$a < b \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow -a > -b$$

$$\Leftrightarrow -b < -a$$

zurück zur Aufgabe ◀

**Lösung zu Aufgabe 10:**

Es ist

$$|x + 2| = 4$$

$$x + 2 = \pm 4$$

$$x_{1,2} = -2 \pm 4$$

Damit folgt

$$x_1 = -6, x_2 = 2$$

[zurück zur Aufgabe](#) ◀

**Lösung zu Aufgabe 11:**

Es ist

$$-6 - |x - 3| = 4$$

$$-|x - 3| = 10$$

$$|x - 3| = -10$$

Der Betrag kann niemals negativ sein!

zurück zur Aufgabe ◀

**Lösung zu Aufgabe 12:**

Es ist

$$\begin{aligned}\left(\frac{x^2y^{-1}z^3}{ab^{-2}}\right) : \left(\frac{xyz^{-3}}{a^{-2}b}\right) &= \left(\frac{x^2y^{-1}z^3}{ab^{-2}}\right) \cdot \left(\frac{a^{-2}b}{xyz^{-3}}\right) \\ &= \frac{x^2y^{-1}z^3}{ab^{-2}} \cdot \frac{a^{-2}b}{xyz^{-3}} \\ &= \frac{b^3xz^6}{a^3y^2}\end{aligned}$$

[zurück zur Aufgabe](#) ◀

**Lösung zu Aufgabe 13:**

Mit Hilfe der Logarithmen- und Potenzgesetzen folgt:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \log c^{2m+1} - (m+1) \log \sqrt[3]{c^2} &= \log(c^{2m+1})^{\frac{1}{2}} - \log(c^{\frac{2}{3}})^{m+1} \\ &= \log \frac{(c^{2m+1})^{\frac{1}{2}}}{(c^{\frac{2}{3}})^{m+1}} \\ &= \log \frac{c^{m+\frac{1}{2}}}{c^{\frac{2}{3}m+\frac{2}{3}}} \\ &= \log c^{\frac{1}{3}m-\frac{1}{6}}\end{aligned}$$

zurück zur Aufgabe ◀

**Lösung zu Aufgabe 14:**

Die Substitution  $z = e^{2x} > 0$  liefert:

$$2 - \frac{1}{z} = z \quad | \cdot z$$

Umgeformt

$$2z - 1 = z^2$$

$$z^2 - 2z + 1 = 0$$

$$(z - 1)^2 = 0$$

$$z_{1,2} = 1$$

Rücksubstitution liefert:

$$e^{2x} = 1 \Leftrightarrow 2x = \ln 1 = 0$$

und somit

$$x_{1,2} = 0$$

zurück zur Aufgabe ◀

**Lösung zu Aufgabe 15:**

Diese Aufgabe löst man am einfachsten grafisch:

Bei der gegebenen Funktion  $f(x) = 4x^2 - 4x - 24$  handelt es sich um eine nach oben geöffnete Parabel.

Zu lösen ist die Ungleichung

$$4x^2 - 4x - 24 \leq 0$$

Also bestimmt man die beiden Nullstellen  $x_1$  und  $x_2$  (mit  $x_1 < x_2$ ) der Funktion

Die Lösungsmenge der Ungleichung ist dann:

$$\mathbb{L} = \{x \in \mathbb{R} \mid x_1 \leq x \leq x_2\} \quad \text{oder} \quad x \in [x_1; x_2]$$

Nullstellen der Funktion:  $f(x) = 0$

$$4x^2 - 4x - 24 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 384}}{8} = \frac{4 \pm 20}{8}$$

$$x_1 = -2, \quad x_2 = 3$$

Somit ist die Lösungsmenge:

$$x \in [-2; 3]$$

zurück zur Aufgabe ◀

**Lösung zu Aufgabe 16:**

Eine Logarithmusfunktion ist definiert, wenn das Argument positiv ist, also wenn gilt:

$$\frac{2x}{x+1} > 0$$

Diese Ungleichung ist jedoch nur definiert für  $\mathbb{L}_0 = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -1\}$

Lösung der Ungleichung:

$$\frac{2x}{x+1} > 0$$

**1. Fall:**  $x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$

$$\frac{2x}{x+1} > 0 \quad | \cdot (x+1) > 0$$

$$2x > 0 \Leftrightarrow x > 0$$

Damit ist  $\mathbb{L}_1 = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$

**2. Fall:**  $x + 1 < 0 \Leftrightarrow x < -1$

$$\frac{2x}{x+1} > 0 \quad | \cdot (x+1) < 0$$

$$2x < 0 \Leftrightarrow x < 0$$

Damit ist  $\mathbb{L}_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1\}$

Die Gesamtlösung ist damit:

$$\mathbb{L} = \mathbb{L}_0 \cup \mathbb{L}_1 \cup \mathbb{L}_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ oder } x > 0\}$$

zurück zur Aufgabe ◀

**Lösung zu Aufgabe 17:**Das Summenglied für  $n = 0$  :

$$\frac{(-1)^{0+1}}{(0+2)^2} \cos[(0+1)\pi] = \frac{-1}{4} \cdot (-1) = \frac{1}{4}$$

Das Summenglied für  $n = 1$  :

$$\frac{(-1)^{1+1}}{(1+2)^2} \cos[(1+1)\pi] = \frac{1}{9} \cdot 1 = \frac{1}{9}$$

Das Summenglied für  $n = 2$  :

$$\frac{(-1)^{2+1}}{(2+2)^2} \cos[(2+1)\pi] = \frac{-1}{16} \cdot (-1) = \frac{1}{16}$$

Das Summenglied für  $n = 3$  :

$$\frac{(-1)^{3+1}}{(3+2)^2} \cos[(3+1)\pi] = \frac{1}{25} \cdot 1 = \frac{1}{25}$$

Die Summe ist

$$S = \sum_{n=0}^3 \frac{(-1)^{n+1}}{(n+2)^2} \cos[(n+1)\pi] = \frac{1669}{3600}$$

zurück zur Aufgabe ◀